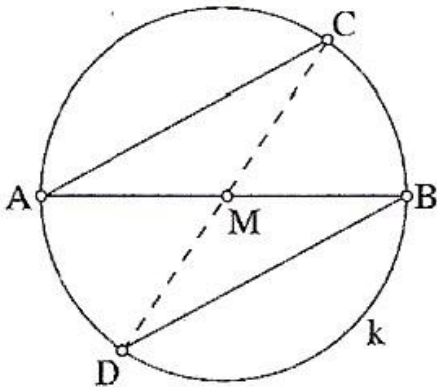


## Problem des Monats · April 2020 LÖSUNG



Von jüngeren Klassen würde man in den ersten Aufgabenteilen erst einmal erwarten, dass sie sich mit den Begrifflichkeiten zum Kreis auseinandersetzen: Was ist eine Sehne? Was ist der Durchmesser? Was bedeutet parallel? Die Aufgaben sind eher spielerisch angelegt, weil die geometrischen Inhalte bis dahin noch nicht im Mathematikunterricht behandelt wurden.

Da die Aufgabe wahrscheinlich ohne eine Unterstützung durch Lehrer bearbeitet wird, sollen die Links im Anschluss an die Aufgabe bei Verständnisproblemen helfen.

Eine Begründung dafür, dass die Dreiecke kongruent sind, könnten auch jüngere Schüler z.B. über eine Drehung bzw. Spiegelung finden.

Ansonsten gilt folgendes:

Da M der Mittelpunkt von  $k$  und damit auch der Mittelpunkt des Durchmessers  $\overline{AB}$  ist, gilt:

$$(1) \overline{AM} = \overline{BM}.$$

Da  $\overline{AC}$  parallel zu  $\overline{BD}$  ist und M auf  $\overline{AB}$  liegt, gilt nach dem Satz über Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen

$$(2) \sphericalangle MAC = \sphericalangle MBD.$$

Da  $\overline{AM}$  und  $\overline{CM}$  sowie  $\overline{BM}$  und  $\overline{DM}$  Radien des Kreises sind, sind die Dreiecke AMC und BMD gleichschenkelig mit  $\overline{AC}$  bzw.  $\overline{BD}$  als Basis.

Nach dem Satz über die Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck folgt

$\sphericalangle MAC = \sphericalangle ACM$  und  $\sphericalangle MBD = \sphericalangle BDM$ . Zusammen mit (2) ergibt sich somit

$$(3) \sphericalangle ACM = \sphericalangle BDM.$$

Daraus ergibt sich nach dem Satz über die Winkelsumme der Innenwinkel im Dreieck, dass auch gilt

$$(4) \sphericalangle CMA = \sphericalangle DMB.$$

Aus den Aussagen (1), (2), (3) und (4) folgt nach dem Kongruenzsatz WSW, dass die Dreiecke AMC und BMD kongruent sind.

*Hinweis:* Der Kongruenzsatz SWS führt nicht ohne weiteres zum Ziel, da man erst zeigen müsste, dass M auf CD liegt.

Der Kongruenzsatz sSW führt ebenfalls nicht ohne weiteres zum Ziel, da die entsprechenden Voraussetzungen nicht in jedem Fall gegeben sind.

