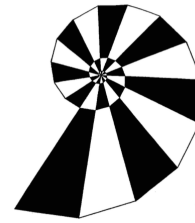


# Schülerzirkel Mathematik



---

## Problem des Monats · Juni 2017

---

### Das Josephus-Problem

(frei nach der Legende von Flavius Josephus, jüdischer Historiker, 76 n. Chr.)

Josephus und seine 40 Mitstreiter werden von den Römern in eine Höhle getrieben und dort belagert. Da es nur einen Ausgang gibt und sie kaum noch Wasser und Nahrung haben, müssen sie sich zwangsläufig bald ergeben oder verhungern. Da man die Gespräche der Römer bis in die Höhle deutlich verstehen kann, wissen die 41 Männer aber, dass die Römer nur mit 40 Männern rechnen. Einer würde also in der Höhle abwarten können, bis die Römer mit den anderen abzögen und wäre dann frei. Da sie zu müde zum Diskutieren sind, schlägt Josephus ein Abzählverfahren vor, um denjenigen zu bestimmen, der in der Höhle bleiben darf. Da die Soldaten sehr müde und hungrig sind, befolgen sie seine Anweisungen sofort, ohne sie weiter in Frage zu stellen:

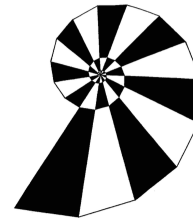
Alle Männer stellen sich in einen Kreis. Josephus bestimmt die Startposition („Position 1“) des Kreises. Beginnend bei Position 1 wird im Uhrzeigersinn abgezählt und zwar immer nur bis 2 („1, 2, 1, 2 usw.“). Jeder, auf den eine 2 fällt, muss die Höhle (und somit auch den Kreis) sofort verlassen. Das Abzählen wird beim nächsten Mann nach dem, der gehen musste, im Kreis fortgesetzt, entstehende Lücken werden sofort geschlossen, so dass sie beim nächsten Durchlauf beim Abzählen nicht mehr vorhanden sind.

Auch wenn die anderen zunächst nicht den Eindruck haben, dass das Verfahren irgendeinen Vorteil für Josephus haben könnte, ist er natürlich am Ende derjenige, der in der Höhle bleiben darf und später frei sein wird.

- An welcher Position des Kreises befindet sich Josephus zu Beginn des Abzählens?
- Die Anzahl der Männer im Kreis sei  $n$ . Finde für  $1 < n < 41$  heraus, welches jeweils die „sichere“ Position  $f(n)$  ist, an der man als letzter übrigbleibt.
- Beschreibe ein Verfahren, mit dem man für beliebige  $n$  die „sichere“ Position  $f(n)$  finden kann.
- Stelle einige  $n$  als Dualzahlen dar und vergleiche sie jeweils mit der Dualzahldarstellung der dazugehörigen  $f(n)$ . Beschreibe ein Verfahren, mit dem man in der Dualzahldarstellung leicht zu jedem  $n$  das  $f(n)$  bestimmen kann.
- Begründe, warum das Verfahren aus Teilaufgabe (d) funktioniert.



# Schülerzirkel Mathematik



► Hast du Freude daran, zusammen mit anderen Mädchen und Jungen an mathematischen Problemen zu arbeiten? Dann komm zu einem der unten angegebenen Schülerzirkel. Die Teilnahme ist kostenlos, eine Neuaufnahme jederzeit möglich. Wir freuen uns auf dich! Bei Fragen kannst du uns gerne eine E-Mail schreiben: [mathezirkel.hamburg@gmail.com](mailto:mathezirkel.hamburg@gmail.com)

Gymnasium Ohmoor, Sachsenweg 76, Niendorf	(040) 5558910	ab Kl. 5	Do, 14:45-16:00 Uhr
Gymnasium Meiendorf, Schierenberg 60	(040) 42886380	variabel	Blocktermine, auf Nachfrage
Stadtteilschule Meiendorf, Deepenhorn 1	(040) 6796900	ab Kl. 5	Fr, 14:00-14:45 Uhr
Gyula Trebitsch Schule, Barenkrug 16, Tonndorf	(040) 53269595	ab Kl. 5	Mi und Fr, 13:30-14:15 Uhr
Kurt-Körber-Gymnasium, Pergamentweg 1-5, Billstedt	(040) 428764830	ab Kl. 5	Mo, 14:00-14:45 Uhr
Stadtteilschule Mümmelmansberg, Mümmelmansberg 75	(040) 4289790	ab Kl. 5	Do, 13:15-14:00 Uhr
Gymnasium Bornbrook, Schulenburgring 4, Lohbrügge	(040) 4289540	ab Kl. 5	Mi, 13:20-14:20 Uhr
Gymnasium KaiFu, Kaiser-Friedrich-Ufer 6, Eimsbüttel	(040) 428012333	ab Kl. 5	Mi, 14:50-15:45 Uhr
Universität Hamburg, Geomatikum, Raum 431, Bundesstr. 55	<a href="mailto:h.rehlich@tu-braunschweig.de">h.rehlich@tu-braunschweig.de</a>	ab Kl. 8	Fr, 16:00-17:30 Uhr (14-tägl.)
Max-Brauer-Schule, Bei der Paul-Gerh.-Kirche 1-3, Altona	(040) 4289820	ab Kl. 5	Do, 14:35-15:20 Uhr
Friedrich-Ebert-Gymnasium, Alter Postweg 30, Harburg	(040) 42876310	ab Kl. 5	Mi, 13:30-14:15 Uhr
Goethe-Schule Harburg, Bunatwiete 20	(040) 4145960	ab Kl. 5	Mo, 13:30-15:00 Uhr (14-tägl.)
Gymnasium Süderelbe, Falkenbergsweg 5, Neugraben	(040) 7020720	ab Kl. 5	Do, 14:00-14:45 Uhr

