
Problem des Monats · Dezember 2017

2 Lösungsvorschläge

1. Variante: Wir beginnen von außen nach innen uns zu vergewissern, wie viele Möglichkeiten wir hätten, zu dem entsprechenden Feld zu gelangen. Im Folgenden nochmal das „Schachbrett“ mit der Anzahl an Möglichkeiten in die Mitte zu gelangen.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | | | | | W ₁ | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₃ | W ₁ | | | | | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₇ | A ₂ | W ₁ | | | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₁₅ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₈ | T ₃₁ | I ₈ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₈ | T ₁₆ | A ₆₃ | T ₁₆ | I ₈ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₃ | S ₇ | I ₁₅ | T ₃₁ | A ₆₃ | C ₂₅₂ | A ₆₃ | T ₃₁ | I ₁₅ | S ₇ | A ₃ | W ₁ |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₈ | T ₁₆ | A ₆₃ | T ₁₆ | I ₈ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₈ | T ₃₁ | I ₈ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₄ | I ₁₅ | S ₄ | A ₂ | W ₁ | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₂ | S ₇ | A ₂ | W ₁ | | | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | A ₃ | W ₁ | | | | | | | | | | |
| | | | | | | W ₁ | | | | | | | | | | | | |

Da nun von der Mitte aus jeder Weg nochmal nach außen gewählt werden kann, sind es $252^2 = 63\,504$ Möglichkeiten, das Palindrom zu wählen.

2. Variante: Wir betrachten nur ein Viertel des „Schachbrettes“ und lassen den König nur die drei Wörter „CAT I SAW“ ziehen. Da das C nur auf einem Feld vorkommt, muss dort der Weg beginnen. Der König hat bei jedem Zug nur 2 Möglichkeiten, wie er weitergehen kann. Da er von C aus noch sechs Züge machen muss, sind dies insgesamt $2^6 = 64$ Möglichkeiten.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C | A | T | I | S | A | W |
| A | T | I | S | A | W | |
| T | I | S | A | W | | |
| I | S | A | W | | | |
| S | A | W | | | | |
| A | W | | | | | |
| W | | | | | | |

Jeder der vier Reihen des vollständigen Brettes, die vom C aus gerade nach links, rechts, oben und unten führen, kann der König an beliebiger Stelle verlassen, dann kommt er aus dem Viertel aber nicht mehr heraus. Deshalb ist die Anzahl der Wege, CAT I SAW zu ziehen, auf dem vollständigen Brett viermal so groß wie auf dem Viertelfeld. Allerdings muss man hiervon wieder 4 subtrahieren, da sonst die 4 geraden Reihen, die von C gerade wegführen, doppelt zählen würden. Man erhält so $4 \cdot 2^6 - 4 = 252$ mögliche Wege. Nun ergibt sich die Lösung analog zur Lösungsvariante 1.

