# Den Strahlensatz erfahren

von H Heinemann

für Hinweise auf Fehler,

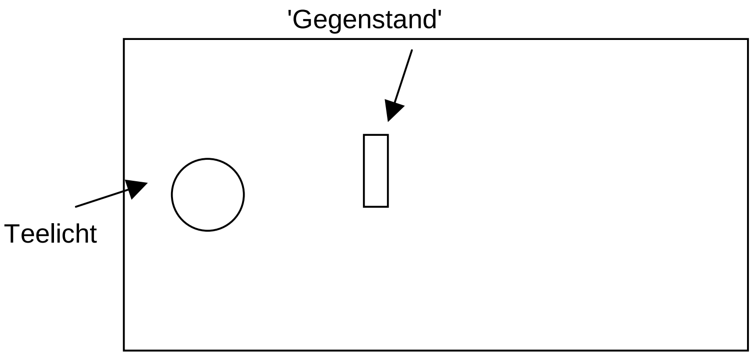
Ergänzungen, Kommentare, Anmerkungen, ....:

(heinemann@fegj.de)

**<u>Arbeitsauftrag</u>:**

**1)** Lege ein Blatt Papier (DIN A4) auf den Tisch und stelle das brennende Teelicht darauf.

Stelle einen 'Gegenstand' (Radiergummi, Markerstift, ....) ebenfalls so auf das Papier, dass du dessen Schatten auf dem Papierbogen nachzeichnen kannst.

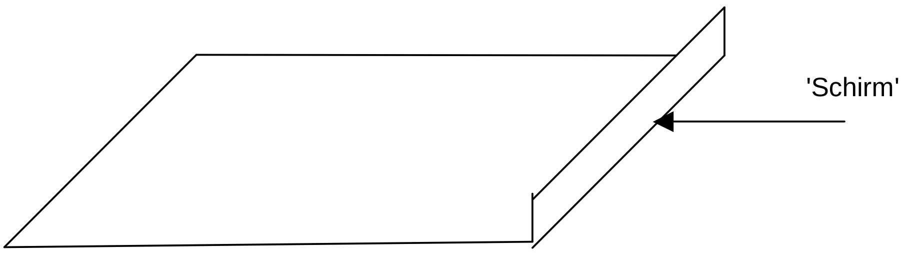



**2)** Verändere den Versuchsaufbau, indem du den Gegenstand und/oder das Teelicht verschiebst, indem du einen anderen Gegenstand benutzt, ....

Trage den Verlauf des Schattens mit einer anderen Farbe ein.

> <u>Frage</u>: Wie verändert sich der Schatten? - Kannst du eine 'Regelmäßigkeit' (Gesetzmäßigkeit) erkennen, mit der du den Verlauf des Schattens allein aus dem Versuchsaufbau 'vorhersagen' kannst?

**3)** Knicke jetzt an der Schmalseite eines neuen A4-Blattes einen Streifen des Papiers hoch, so dass du ihn als Projektionsschirm (wie eine Leinwand) verwenden kannst.




> <u>Frage</u>: Wovon hängt die Breite des Schattens auf dem 'Schirm' ab? - (Wie) lässt sich allein aus dem Aufbau vorherbestimmen (zeichnerisch? rechnerisch?)? - Was vermutest du? - Wie könntest du deine Vermutung bestätigen / beweisen?

# Den Strahlensatz erfahren

(Mathematik 8./9.Klasse)

1. Stunde (Doppel-Stunde!): Arbeitsauftrag Seite 1

**Hinweise zur Vorbereitung:**

**1)** abdunkelbaren Raum (z.B. Physikraum) aufsuchen!

**2)** ein (neues[1]!) Teelicht für je 2 Schüler (Gruppenarbeit) besorgen.

**3)** Streichhölzer / Feuerzeug bereithalten (möglichst nicht in die Hand der Schüler geben....)

**4)** Hinweis an die Schüler geben, dass die Teelichter NICHT GEKIPPT werden dürfen (laufen aus -> Tisch säubern bzw. aus der Kleidung nur durch umständliches Herausbügeln mit Löschpapier!); ebenfalls Vorsicht beim auspusten.

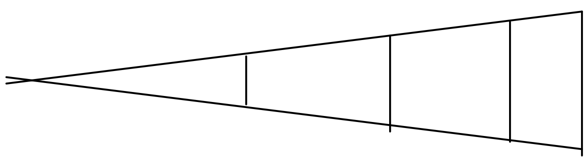
**5)** An jeden Schüler eine Kopie des 'Arbeitsauftrags' austeilen.

**6)** Gruppen, die schnell fertig sind: bitten, ein Schulbuch-Kapitel darüber zu schreiben.

2. Stunde:

**1)** Wdhlg: letzte Std. die Breite eines Schattens untersucht -> Was herausbekommen? (zusammentragen lassen!) ....

**2)** eine Folie auf OHP, Dreieck an Tafel nachzeichnen; dann OHP vor- / zurückschieben, Folie 'justieren (s.o.) und erneut nachzeichnen an Tafel



-> ((alle Dreiecke sind 'ähnlich'; sie sind nur um best. Faktor vergrößert; deshalb müssen alle Verhältnisse einander entspr. Strecken const. sein))

-> 'ähnliche' Dreiecke: alle Winkel gleich (ist mathematische Definition!)

[1] zu weit abgebrannte Teelichte werfen einen hohen Schatten vom Rand der eigenen 'Schüssel'

3. Stunde:

Ein paar (einfache) Aufgaben an der Tafel / im Heft rechnen lassen (so etwas steht in jedem Mathebuch - s.u.....)

dann:

4. Stunde:

Arbeitsauftrag an die Schüler (Gruppen zu ca. 4 Schülern): Entfernung zum gegenüberliegenden Fußballtor bestimmen, ohne den Platz vor der Absperrung auf DIESER Seite zu verlassen (so etwas hat wohl jede Schule....). Jede Gruppe bekommt vom Lehrer einen Gliedermaßstab ('Zollstock') und nimmt Schreibzeug und Lineal mit (Geodreieck nicht zum Winkelmessen benutzen!).
(Die 'Schwierigkeit' ist hier für die Schüler, die Strahlensatzfigur 'umzudrehen', d.h. die Spitze auf das Tor zu legen).

5. Stunde:

Besprechung der Ergebnisse, Probleme in der nächsten Stunde....

6. Stunde:

Arbeitsauftrag (s.o), aber diesmal die Breite des Tores am anderen Spielfeldrand bestimmen. (mit der aus der vorletzten Stunde bestimmten Entfernung und einer Strahlensatzfigur, deren Spitze diesmal bei den Schülern liegt, geht das)

7. Stunde:
Besprechung der Ergebnisse, Probleme in der nächsten Stunde....

8. Stunde:
Als Gruppenarbeit Text von Jules Verne (Die geheimnisvoll Insel), wobei bestimmte Stellen 'geschwärzt' sind (s.u.).

Achtung! Im Text befinden sich widersprüchliche Angaben (vielleicht hat der Übersetzer aber auch nur einmal 'Stab' und 'Pflock' verwechselt??) - Wer von den Schülern bemerkt das? Wer rechnet mit EINER der Angaben? - Wer findet gar keinen Ansatz?

Vollständigen Text (s.u.) verteilen; wer hat es genau so wie dort - wer anders - und warum? (widersprüchliche Angaben....)

9. Stunde:
Übungsaufgaben zum Verfestigen....(so etwas findet man in jedem Mathe-Buch - s.u.....)

Ansage, dass in den Büchern zwei (bzw. sogar drei) Strahlensätze beschrieben werden; wir benötigen aber nur EINEN!

Von den Schülern im Buch nachlesen lassen -> diese Einführung hier bedeutend verständlicher als die Formulierungen im Buch!!

## Geometrie aus Jules Vernes "Die geheimnisvolle Insel"

Die Beobachtungsmomente der verflossenen Tage waren nunmehr durch die Berechnung der Plateauhöhe über dem Meeresspiegel zu vervollständigen....
Cyrus Smith hatte eine gerade, zwölf Fuß lange Stange mitgenommen, die er an seiner eigenen, ihm bekannten Körperlänge gemessen hatte. Harbert trug ein Lot oder Senkblei; es bestand aus einem einfachen Stein, der an eine geschmeidige Pflanzenfaser gebunden war. Etwa zwanzig Fuß vom Küstensaum und etwa fünfhundert Fuß von der senkrecht aufsteigenden Granitwand entfernt, grub Cyrus Smith die Stange zwei Fuß tief in den Sand und brachte sie durch sorgfaltiges Absteifen mittels des Lotes in eine senkrechte Stellung zur Himmelsebene. Darauf ging er so weit zurück, bis er, im Sande liegend, die Spitze der Stange mit dem Grate der Granitwand zugleich sah. Diesen Punkt kennzeichnete er durch einen Pflock. “Du kennst doch die Grundlehren der Geometrie?“ fragte er Harbert. “Einigermaßen, Herr Cyrus“, antwortete Harbert, der nie mehr sagte als er wusste. “Welche Eigenschaften ähnliche Dreiecke laben, weißt du doch noch?“ - “0 ja“, erwiderte Harbert, “die entsprechenden Seiten derselben sind einander proportional.“ - “Richtig, mein Sohn“, sagte der Ingenieur. “Sieh, ich habe hier soeben zwei einander ähnliche rechtwinklige Dreiecke konstruiert, das erste, kleinere hat als Seiten oder Schenkel die senkrechte Stange, die Entfernung zwischen Pflock und Basis der Stange und als Hypotenuse meinen Gesichtswinkel; das zweite Dreieck hat als Seiten die senkrechte Wand, deren Höhe noch gemessen werden soll, die Entfernung zwischen Pflock und Basis der Wand und meinen Gesichtswinkel wieder als Hypotenuse, die als Verlängerung der des ersten Dreiecks zu betrachten ist.“ - “Ach, Herr Cyrus, ich verstehe!“ rief Harbert. “Da die Entfernung zwischen Pflock und Stange der Entfernung zwischen Wandbasis und Pflock proportional ist, so ist auch die Höhe der Stange der Höhe dieser Wand proportional.“ - “Sehr richtig, Harbert“, antwortete der Ingenieur, "und wenn wir die ersten beiden Entfernungen gemessen haben, so brauchen wir nur, da uns die Höhe der Stange bekannt ist, eine Verhältnisrechnung aufzustellen, um die Höhe der Felswand zu ermitteln. Wir sparen uns dadurch die Mühe, die Wand direkt zu messen.“

Die beiden Horizontalen wurden mit Hilfe der Stange ermittelt, deren Höhe über dem Sand genau ~~XXXX~~ betrug. Die erste Horizontale beziehungsweise die Entfernung zwischen dem Pflock und dem Standpunkt der Stange betrug fünfzehn Fuß, die Entfernung zwischen dem Pflock und der Mauerbasis nur fünfhundert Fuß. Als das Ergebnis der Messung festlag, kehrten Cyrus Smith und Harbert zu den Schloten zurück.
Dort suchte der Ingenieur einen flachen Stein hervor, den er auf einem seiner früheren Wege gefunden hatte, eine Art Schieferstein, auf den er mit einer scharfen Muschel leicht schreiben konnte, und er stellte folgende Proportion auf:

Diese Berechnung ergab für die Granitwand eine Höhe von dreihundertdreiunddreißig Fuß (1 ft = 12 Zoll = 0,3048 m).

*An der Stelle, von wo er die Stangenspitze sich* mit *dem Felsgrat decken sah, trieb er seinen Pflock in den Boden. Jetzt war die Messung einfach.*

<u>Quelle</u>: Jules Verne: Die geheimnisvolle Insel.

# Geometrie aus Jules Vernes "Die geheimnisvolle Insel"

Die Beobachtungsmomente der verflossenen Tage waren nunmehr durch die Berechnung der Plateauhöhe über dem Meeresspiegel zu vervollständigen....
Cyrus Smith hatte eine gerade, zwölf Fuß lange Stange mitgenommen, die er an seiner eigenen, ihm bekannten Körperlänge gemessen hatte. Harbert trug ein Lot oder Senkblei; es bestand aus einem einfachen Stein, der an eine geschmeidige Pflanzenfaser gebunden war. Etwa zwanzig Fuß vom Küstensaum und etwa fünfhundert Fuß von der senkrecht aufsteigenden Granitwand entfernt, grub Cyrus Smith die Stange zwei Fuß tief in den Sand und brachte sie durch sorgfaltiges Absteifen mittels des Lotes in eine senkrechte Stellung zur Himmelsebene. Darauf ging er so weit zurück, bis er, im Sande liegend, die Spitze der Stange mit dem Grate der Granitwand zugleich sah. Diesen Punkt kennzeichnete er durch einen Pflock. “Du kennst doch die Grundlehren der Geometrie?“ fragte er Harbert. “Einigermaßen, Herr Cyrus“, antwortete Harbert, der nie mehr sagte als er wusste. “Welche Eigenschaften ähnliche Dreiecke laben, weißt du doch noch?“ - “0 ja“, erwiderte Harbert, “die entsprechenden Seiten derselben sind einander proportional.“ - “Richtig, mein Sohn“, sagte der Ingenieur. “Sieh, ich habe hier soeben zwei einander ähnliche rechtwinklige Dreiecke konstruiert, das erste, kleinere hat als Seiten oder Schenkel die senkrechte Stange, die Entfernung zwischen Pflock und Basis der Stange und als Hypotenuse meinen Gesichtswinkel; das zweite Dreieck hat als Seiten die senkrechte Wand, deren Höhe noch gemessen werden soll, die Entfernung zwischen Pflock und Basis der Wand und meinen Gesichtswinkel wieder als Hypotenuse, die als Verlängerung der des ersten Dreiecks zu betrachten ist.“ - “Ach, Herr Cyrus, ich verstehe!“ rief Harbert. “Da die Entfernung zwischen Pflock und Stange der Entfernung zwischen Wandbasis und Pflock proportional ist, so ist auch die Höhe der Stange der Höhe dieser Wand proportional.“ - “Sehr richtig, Harbert“, antwortete der Ingenieur, "und wenn wir die ersten beiden Entfernungen gemessen haben, so brauchen wir nur, da uns die Höhe der Stange bekannt ist, eine Verhältnisrechnung aufzustellen, um die Höhe der Felswand zu ermitteln. Wir sparen uns dadurch die Mühe, die Wand direkt zu messen.“

Die beiden Horizontalen wurden mit Hilfe der Stange ermittelt, deren Höhe über dem Sand genau zehn Fuß betrug.
Die erste Horizontale beziehungsweise die Entfernung zwischen dem Pflock und dem Standpunkt der Stange betrug fünfzehn Fuß, die Entfernung zwischen dem Pflock und der Mauerbasis nur fünfhundert Fuß. Als das Ergebnis der Messung festlag, kehrten Cyrus Smith und Harbert zu den Schloten zurück.
Dort suchte der Ingenieur einen flachen Stein hervor, den er auf einem seiner früheren Wege gefunden hatte, eine Art Schieferstein, auf den er mit einer scharfen Muschel leicht schreiben konnte, und er stellte folgende Proportion auf:

$$15 : 500 = 10 : x$$
$$500 \cdot l0 = l5 \cdot x$$
$$5\,000 = 15 \cdot x$$
$$x = 5000 : 15$$
$$x = 333,33$$

Diese Berechnung ergab für die Granitwand eine Höhe von dreihundertdreiunddreißig Fuß (1 ft = 12 Zoll = 0,3048 m).

*An der Stelle, von wo er die Stangenspitze sich* mit *dem Felsgrat decken sah, trieb er seinen Pflock in den Boden. Jetzt war die Messung einfach.*

*SIND DIESE LÖSUNGEN / BERECHNUNGEN KORREKT??*

<u>Quelle</u>: Jules Verne: Die geheimnisvolle Insel.

## Übungen zum Strahlensatz...

... sind in nahezu 'jedem' Mathematikbuch enthalten.

Sehr schön sind auch folgende Übungen Im InterNet:

**http://www.zum.de/dwu/depothp/hp-math/hpmss01.htm** (und folgende....)

(können von den Schülern eigenständig bearbeitet werden; die Auswertung erfolgt ebenfalls online)

Viel Freude bei der Durchführung - und viel Erfolg!

*H Heinemann*

PS: 'Meinen' Schülerinnen und Schülern hat das sogar richtig Spaß gemacht! Sie waren z.T. so vertieft in die Planungen und Messungen der Entfernung zum Tor bzw. dessen Breite, dass sie minutenlang nicht bemerkten, dass ich ihnen direkt über die Schulter gesehen habe....!