

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung

Mathematik- Werkstatt

Handreichung für den Mathematikunterricht
in der Sekundarstufe I

Sehr geehrte Kolleginnen, sehr geehrte Kollegen,

das Amt für Schule überreicht Ihnen hiermit im Rahmen der Reihe „Unterrichtshilfen für den Mathematikunterricht“ eine Handreichung, mit deren Hilfe Schülerinnen und Schüler befähigt werden sollen, möglichst selbständig und nach eigener Auswahl elementare Inhalte des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe I zu wiederholen und zu üben. Mit großem persönlichen Engagement haben zwei junge Kolleginnen ihre individuellen Erfahrungen mit Lerngruppen reflektiert und nach Wegen und Möglichkeiten gesucht, die geeignet sind, Schülerinnen und Schülern zu helfen, aktuell nicht verfügbare Kenntnisse und Fertigkeiten des vorangegangenen Mathematikunterrichts auf einem selbst gewählten Wege sich wieder anzueignen. Das Ergebnis solcher Reflexionen liegt nun mit dieser Handreichung vor. Sie ist als Loseblattsammlung konzipiert, die als „Lernkartei“ Schülerinnen und Schülern zur Behebung erkannter Defizite zur Verfügung steht. Die Benennung und der Einsatz von sogenannten Experten unterstützen Lehrerinnen und Lehrer weiterhin, vorübergehend eine überwiegend beobachtende und je nach Erfordernis sporadisch unterstützende Rolle im Mathematikunterricht zu übernehmen. Ich wünsche Ihnen sowie Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg bei der Arbeit mit diesem Material.

Den beiden Kolleginnen, Frau Karen Lambrecht und Frau Anne Stratmann, danke ich für die geleistete, sehr umfangreiche und zeitintensive Arbeit.

Werner Renz

Februar 1999

Herausgeber: Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung Hamburg, S 13/2

Satz: Karen Lambrecht, Anne Stratmann

Druck: D&K, Hamburg

Alle Rechte vorbehalten. Jegliche Verwertung dieses Druckwerkes bedarf – soweit das Urheberrechtsgesetz nicht ausdrücklich Ausnahmen zulässt – der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Herausgebers.

Hamburger Schulen können die Handreichung von der Beschaffungsstelle V 243-2 beziehen.

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung
Amt für Schule

Mathematik- Werkstatt

Handreichung für den Mathematikunterricht
in der Sekundarstufe I

Fachreferent: Werner Renz Amt für Schule, S 13/2

Verfasserinnen: Karen Lambrecht Staatliches Studienseminar
Anne Stratmann Staatliches Studienseminar

unter Mitarbeit von Willi Heinsohn, Staatliches Studienseminar

Februar 1999

Inhaltsverzeichnis

- **Vorwort**
- **Grundrechenarten**
 - Grundlagen
 - Schriftliche Addition
 - Schriftliche Subtraktion
 - Schriftliche Multiplikation
 - Schriftliche Division
 - Aufgaben und Lösungen
- **Rechenregeln**
 - Grundlagen
 - Rechengesetze
 - Rangfolge der Rechenoperationen
 - Binomische Formeln
 - Quadratzahlen und Quadratwurzeln
 - Aufgaben und Lösungen
- **Dezimalbruchrechnung**
 - Grundlagen
 - Brüche und Dezimalbrüche
 - Rechnen mit Dezimalbrüchen
 - Aufgaben und Lösungen
- **Bruchrechnung**
 - Grundlagen
 - Grundlagen der Bruchrechnung
 - Umwandlung von Brüchen
 - Rechnen mit Brüchen
 - Aufgaben und Lösungen
- **Ganze Zahlen**
 - Grundlagen
 - Positive und negative Zahlen
 - Rechnen mit ganzen Zahlen
 - Aufgaben und Lösungen
- **Dreiecke**
 - Grundlagen
 - Dreiecksformen
 - Begriffe am Winkel
 - Winkel messen und zeichnen
 - Konstruktion von Dreiecken
 - Aufgaben und Lösungen
- **Satz des Pythagoras**
 - Grundlagen
 - Aufgaben und Lösungen
- **Längen- und Flächenberechnungen**
 - Grundlagen
 - Längen
 - Umfang
 - Flächeninhalt
 - Aufgaben und Lösungen
- **Körperberechnungen**
 - Grundlagen
 - Körper
 - Oberflächenberechnung
 - Volumenberechnung
 - Aufgaben und Lösungen
- **Prozentrechnung**
 - Grundlagen
 - Einführung in die Prozentrechnung
 - Grundbegriffe der Prozentrechnung
 - Formeln zur Prozentrechnung
 - Grundaufgaben der Prozentrechnung
 - Aufgaben und Lösungen
- **Zinsrechnung**
 - Grundlagen
 - Grundbegriffe der Zinsrechnung
 - Formeln zur Zinsrechnung (Jahreszinsen)
 - Grundaufgaben der Zinsrechnung
 - Formeln zur Berechnung von Tageszinsen
 - Grundaufgaben der Zinsrechnung mit Tageszinsen
 - Aufgaben und Lösungen
- **Dreisatz**
 - Grundlagen
 - Proportionaler Dreisatz
 - Umgekehrt proportionaler Dreisatz
 - Aufgaben und Lösungen
- **Gleichungen**
 - Grundlagen
 - Lösen von Gleichungen durch Gleichungsumformungen
 - Zwei Gleichungen mit zwei Variablen (Einsetzungsverfahren)
 - Aufstellen von Gleichungen aus Textaufgaben
 - Aufgaben und Lösungen

Vorwort

Zur Entstehung der Handreichung

Die Konzeption dieser Mathematikwerkstatt entsprang der Schulpraxis. Im Referendariat standen wir als Lehrerinnen in einer 10. Klasse einer Schwerhörigenschule und einer 9. Hauptschulklasse vor der Aufgabe, die Schüler und Schülerinnen bei ihrer Vorbereitung auf Einstellungstests zu unterstützen.

Erste Erfahrungen der Schüler und Schülerinnen in Testsituationen hatten gezeigt, dass elementare Kenntnisse und Fertigkeiten nicht immer verfügbar waren und deshalb grundlegende Inhalte des Mathematikunterrichts wiederholen und üben mussten. Die Planung und Durchführung einer ausführlichen Übungssequenz musste u.a. zwei zentrale Probleme berücksichtigen: die immense Vielfalt der zu behandelnden Themen und die individuellen Lerninteressen und Lernniveaus der Schüler und Schülerinnen. Diese Probleme schlossen eine lehrgangsmäßige Erarbeitung aus. Wir entschieden uns stattdessen für eine Orientierung am Werkstattprinzip.

In der vorliegenden Handreichung sind die Unterrichtsmaterialien dieser Mathematikwerkstatt vollständig zusammengestellt. Sie sind das Ergebnis reflektierter Unterrichtserfahrungen. Sie wurden nach Einsatz in unterschiedlichen Lerngruppen mehrfach überarbeitet und können in der nun vorliegenden Form in ähnlichen Unterrichtssituationen unmittelbar eingesetzt werden.

Anlehnung an das Werkstattprinzip

Der von uns konzipierte Unterricht orientiert sich am Prinzip der Werkstattarbeit, wobei der Schwerpunkt der Arbeit auf den didaktischen Prinzipien der Binnendifferenzierung und Selbständigkeit liegt. Entsprechend der oben benannten typischen Probleme dieser umfassen-

den Wiederholung wird im Hinblick auf die Lerninhalte und das Arbeitstempo differenziert. Selbständigkeit wird bei der Reihenfolge der Themengebiete, bei der Auswahl des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben, bei der Bearbeitung und bei der Lernkontrolle gefordert. Die Lernenden arbeiten demnach zur gleichen Zeit im gleichen Raum, sie beschäftigen sich allerdings mit unterschiedlichen Themen in eventuell unterschiedlichen Sozialformen. Diese Unterrichtsform verlangt eine im Vergleich zum Frontalunterricht modifizierte Lehrerrolle, in der der Lehrer / die Lehrerin in der Art eines „Werkstattmeisters“ sowohl beobachtende als auch beratende Funktionen übernehmen kann. Ebenso müssen die Schüler und Schülerinnen ihr „Expertenwissen“ anderen Lernenden bei Bedarf zur Verfügung stellen. Die Orientierung am Werkstattunterricht ist angesichts der für diese Lernsituation typischen Problematiken, Interessen und Ziele empfehlenswert, auch wenn nicht alle idealtypischen Merkmale dieser Unterrichtsform berücksichtigt werden. So wird z.B. nicht darauf abgezielt, konkrete, für die Schüler subjektiv bedeutsame Projekte zu erstellen.

Aufbau des Arbeitsmaterials

- Die Mathematikwerkstatt enthält **Aufgabensammlungen**, die nach Themenbereichen sortiert sind. Die Aufgaben eines Themenbereiches sind in zwei Arbeitsblättern zusammengefasst. Die Aufgaben sind mit „☺“ (leicht) oder mit „☺☺“ (schwer) gekennzeichnet.
- Zu jedem Themenbereich gibt es neben den Arbeitsblättern auch die dazugehörigen **Lösungsblätter**, die eine Selbstkontrolle durch die Schüler und Schülerinnen ermöglichen.

- Zu jedem Themenbereich gibt es **Grundlagenpapiere**, in denen im Stil einer Formelsammlung die notwendigen mathematischen Kenntnisse, die bei der Bearbeitung der Aufgaben benötigt werden, zusammengefasst sind.

Zur Benutzung der Mathematikwerkstatt

Die folgenden Empfehlungen sind ebenfalls reflektierte Erfahrungen unserer Unterrichtsarbeit:

- Es empfiehlt sich, die Arbeitsmaterialien in Form von Karteikarten aufzubereiten (optimal sind laminierte Kopien, da diese sehr stabil sind – es besteht die Möglichkeit, die Aufgabenblätter oder Aufgabenblatt mit dazugehöriger Lösung in eine Folie einzuschweißen). Es hat sich dabei bewährt, unterschiedlich farbiges Papier für die Grundlagen, Aufgaben und Lösungen beim Kopieren zu benutzen

(Bsp.: Grundlagen:	weiß
Aufgaben leicht:	hellgrün,
Aufgaben schwer:	dunkelgrün
Lösungen leicht:	hellgelb,
Lösungen schwer:	dunkelgelb).

So ist mit einem Blick zu erkennen, ob ein Schüler in den Grundlagen nachschaut, die leichteren Aufgaben bearbeitet oder schon seine Ergebnisse mit den Lösungen vergleicht.

- Die Themengebiete bauen nicht aufeinander auf, so dass die Reihenfolge bei der Bearbeitung der Themen von jedem Schüler und jeder Schülerin individuell festgelegt werden kann. Um diese Wahlfreiheit der Schüler und Schülerinnen sicherzustellen, ist sicherzustellen, dass jedes Themengebiet mehrfach vorhanden ist (sowohl die Grundlagen, als auch die Aufgaben und die Lösungen). Bei 25 Schülern hat es sich bewährt, von jedem Themenbereich

5 vollständige Exemplare vorbereitet zu haben.

- Es empfiehlt sich, für die Arbeit mit der Mathematikwerkstatt einen Zeitraum von 3-4 Wochen einzuplanen.
- Entsprechend dem Werkstattprinzip sollten für jedes Themengebiet 1-2 „Schülerexperten“ ausgewählt werden, die sich vor Beginn der Einheit intensiv mit ihrem Themengebiet auseinandersetzen. Diese Experten haben später die Aufgabe, anderen Schüler und Schülerinnen zu helfen, Lernschwierigkeiten zu begegnen.
- Die Schüler und Schülerinnen entscheiden individuell über die Reihenfolge der Themen. Gleiches gilt für die Wahl des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben. Sollten bei der Bearbeitung der Aufgaben Probleme auftreten, so sollten die Schüler und Schülerinnen zunächst versuchen, diese mit Hilfe der Grundlagenpapiere zu lösen. Sollte das nicht möglich sein, so ist der jeweilige Experte für dieses Thema zu Rate zu ziehen. Der Lehrer / die Lehrerin hat in der Regel eine eher beobachtende Rolle.
- Es ist sinnvoll, einen Übersichtsplan zu erstellen, an dem für Schüler und Schülerinnen sowie Lehrer und Lehrerinnen zu erkennen ist, wer an welchem Thema arbeitet und welche Themen jeweils schon bearbeitet worden sind.
- Es ist empfehlenswert, regelmäßige Reflexionsgespräche mit den Schülern und Schülerinnen durchzuführen. An dieser Stelle können auftretende Probleme mit den Experten oder mit der Arbeitsform besprochen werden.

1. Schriftliche Addition

1. Beispiel (ohne Zehnerübergang):

$6137 + 552 = \square$ Addiere zuerst die Einer, dann die Zehner, usw.

6	1	3	7
+	5	5	2
6	6	8	9
0 + 6 = 6 Schreibe: 6	5 + 1 = 6 Schreibe: 6	5 + 3 = 8 Schreibe: 8	2 + 7 = 9 Schreibe: 9

$6137 + 552 = \underline{6689}$

2. Beispiel (mit Zehnerübergang):

$5385 + 299 + 543 = \square$

5	3	8	5
+	2	9	9
+	5 ₂	4 ₁	3
6	2	2	7
1 + 5 = 6 Schreibe: 6	2 + 5 + 2 + 3 = 12 Schreibe: 2 Übertrage: 1	1 + 4 + 9 + 8 = 22 Schreibe: 2 Übertrage: 2	3 + 9 + 5 = 17 Schreibe: 7 Übertrage: 1

$5385 + 299 + 543 = \underline{6227}$

2. Schriftliche Subtraktion

1. Beispiel (ohne Zehnerübergang):

$6747 - 235 = \square$

6	7	4	7
-	2	3	5
6	5	1	2
Überlege: 0 + <u> </u> = 6	Überlege: 2 + <u> </u> = 7	Überlege: 3 + <u> </u> = 4	Überlege: 5 + <u> </u> = 7
Ergänze: 0 + 6 = 6	Ergänze: 2 + 5 = 7	Ergänze: 3 + 1 = 4	Ergänze: 5 + 2 = 7
Schreibe: 6	Schreibe: 5	Schreibe: 1	Schreibe: 2

$6747 - 235 = \underline{6512}$

2. Beispiel (mit Zehnerübergang):

4527 - 895 =

4	5	2	7
- 1	8 ₁	9	5
3	6	3	2
Überlege: (1 + 0) + <u> </u> = 4	Überlege: (1 + 8) + <u> </u> = 15	Überlege: 9 + <u> </u> = 12	Überlege: 5 + <u> </u> = 7
Ergänze: (1) + 3 = 4	Ergänze: (9) + 6 = 15	Ergänze: 9 + 3 = 12	Ergänze: 5 + 2 = 7
Schreibe: 3	Schreibe: 6	Schreibe: 3	Schreibe: 2
	Übertrage: 1	Übertrage: 1	

4527 - 895 = 3632

3. Beispiel (mit zwei Subtrahenden und mehr):

872 - 348 - 429 =

Diese Aufgabe kann in zwei Rechenschritten gelöst werden:
Da 348 und 429 von 872 subtrahiert werden sollen, werden diese Zahlen zunächst addiert und dann das Ergebnis von 872 subtrahiert:

1. Schritt:

$$\begin{array}{r} 348 \\ + 429 \\ \hline 777 \end{array}$$

2. Schritt:

$$\begin{array}{r} 872 \\ - 777 \\ \hline 95 \end{array}$$

Also:

872 - (348 + 429) = 95

Diese Rechnung kann auch in einem Schritt durchgeführt werden:

8	7	2
- 3	4	8
- 4 ₁	2 ₂	9
	9	5
Überlege: (1 + 4 + 3) + <u> </u> = 8	Überlege: (2 + 2 + 4) + <u> </u> = 17	Überlege: (9 + 8) + <u> </u> = 22
Ergänze: (8) + 0 = 8	Ergänze: (8) + 9 = 17	Ergänze: (17) + 5 = 22
	Schreibe: 9	Schreibe: 5
	Übertrage: 1	Übertrage: 2

872 - 348 - 429 = 95

3. Schriftliche Multiplikation

1. Beispiel (mit einer einstelligen Zahl):

$$235 \cdot 3 = \square$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

Rechne: $3 \cdot 5 = 15$; Schreibe: 5; Merke: 1.

Rechne: $3 \cdot 3 = 9$; $9 + 1 = 10$; Schreibe: 0; Merke: 1.

Rechne: $3 \cdot 2 = 6$; $6 + 1 = 7$; Schreibe: 7.

$$235 \cdot 3 = \underline{705}$$

2. Beispiel (mit einer Zehnerzahl):

$$235 \cdot 30 = \square$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ \cdot 30 \\ \hline \end{array}$$

$$235 \cdot 30 = \underline{7050}$$

3. Beispiel (mit einer mehrstelligen Zahl):

$$413 \cdot 5038 = \square$$

$$\begin{array}{r} 413 \\ \cdot 5038 \\ \hline 2065000 \\ 000 \\ 12390 \\ 3304 \\ 1 \\ \hline 2080694 \end{array}$$

Rechne: $5 \cdot 413 = 2065$; Schreibe: 2065 mit 5 unter 5; Ergänze die Nullen.

Rechne: $0 \cdot 413 = 0$; Schreibe: 0 unter 0; Ergänze die Nullen.

Rechne: $3 \cdot 413 = 1239$; Schreibe: 1239 mit 9 unter 3; Ergänze die Null.

Rechne: $8 \cdot 413 = 3304$; Schreibe: 3304 mit 4 unter 8.

Addiere.

$$413 \cdot 5038 = \underline{2080694}$$

4. Schriftliche Division

1. Beispiel:

$$54 : 3 = \square$$

$$\begin{array}{r} 54 : 3 = 18 \\ 3 \overline{) 54} \\ \underline{3} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Überlege: $5 : 3 = 1$, Rest 2; Schreibe: 1 als Ergebnis.

Hole die 4 herunter.

Überlege: $24 : 3 = 8$, Rest 0; Schreibe: 8 als Ergebnis.

$$54 : 3 = \underline{18}$$

2. Beispiel:

$$1428 : 14 = \square$$

$$1428 : 14 = 102$$

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 1428} \\ \underline{14} \\ 02 \\ \underline{0} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

Überlege: $14 : 14 = 1$, Rest 0; Schreibe: 1 als Ergebnis.

Hole die 2 herunter.

Überlege: $2 : 14 = 0$, Rest 2; Schreibe: 0 als Ergebnis.

Hole die 8 herunter.

Überlege: $28 : 14 = 2$, Rest 0; Schreibe: 2 als Ergebnis.

$$1428 : 14 = \underline{102}$$

3. Beispiel:

$$1005 : 15 = \square$$

$$1005 : 15 = 67$$

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 1005} \\ \underline{90} \\ 105 \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

Überlege: $1 : 15$ hat keine ganze Zahl als Ergebnis. Also:

Überlege: $10 : 15$ hat keine ganze Zahl als Ergebnis. Also:

Überlege: $100 : 15 = 6$, Rest 10; Schreibe: 6 als Ergebnis

Hole die 5 herunter.

Überlege: $105 : 15 = 7$, Rest 0; Schreibe: 7 als Ergebnis.

$$1005 : 15 = \underline{67}$$

4. Beispiel (Division mit Rest):

$$9 : 4 = \square$$

$$9 : 4 = 2,25$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 9} \\ \underline{8} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Überlege: $9 : 4 = 2$, Rest 1; Schreibe: 2 als Ergebnis, **setze Komma.**

Hole eine zusätzliche 0 herunter.

Überlege: $10 : 4 = 2$, Rest 2; Schreibe: 2 als Ergebnis.

Hole eine zusätzliche 0 herunter.

Überlege: $20 : 4 = 5$, Rest 0; Schreibe: 5 als Ergebnis.

$$9 : 4 = \underline{2,25}$$

Addition

- | | | | |
|---|---|---|--|
| a) $\begin{array}{r} 123876 \\ + 103751 \\ + 26692 \\ \hline \end{array}$ | b) $\begin{array}{r} 60318 \\ + 166730 \\ + 113752 \\ \hline \end{array}$ | c) $\begin{array}{r} 34674 \\ + 43619 \\ + 24824 \\ \hline \end{array}$ | d) $\begin{array}{r} 238264 \\ + 275628 \\ + 137924 \\ \hline \end{array}$ |
|---|---|---|--|

Subtraktion

- | | | | |
|--|--|---|--|
| a) $\begin{array}{r} 820448 \\ - 538829 \\ \hline \end{array}$ | b) $\begin{array}{r} 811135 \\ - 461318 \\ \hline \end{array}$ | c) $\begin{array}{r} 983510 \\ - 68702 \\ \hline \end{array}$ | d) $\begin{array}{r} 454313 \\ - 198762 \\ \hline \end{array}$ |
|--|--|---|--|

Multiplikation

- | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| a) $134 \cdot 56$ | b) $2789 \cdot 30$ | c) $1574 \cdot 47$ | d) $7531 \cdot 9864$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|----------------------|

Division

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|------------------|
| a) $5525 : 17$ | b) $9408 : 21$ | c) $8845 : 29$ | d) $13720 : 245$ |
|----------------|----------------|----------------|------------------|

Gemischte Aufgaben

a)	1	b)	4	c)	5	d)	9	e)	6			f)		g)		h)	
i)												k)					
l)									m)								
n)									o)								
p)									q)								
	r)								s)								

waagrecht:

- a) $12469 + 1397 + 730 = 14596$
- f) $54020 - 53638 =$
- i) $2543796 : 76 =$
- k) $34000 - 28709 =$
- l) $3607 + 798 + 4095 =$
- m) $60200 + 19895 + 5387 =$
- n) $46708 - 38807 =$
- o) $3599 \cdot 5 =$
- p) $52052 - 48468 =$
- q) $81810 + 1810 + 10890 =$
- r) $60000 - 59173 =$
- s) $2384 + 3600 + 3016 =$

senkrecht:

- a) $70790 - 56917 =$
- b) $236895 + 99963 + 99100 =$
- c) $8711 \cdot 62 =$
- d) $1000000 - 29853 =$
- e) $35319 : 579 =$
- f) $125699 + 352 + 198899 =$
- g) $299080 + 598942 + 888 =$
- h) $10001 + 9999 + 1250 =$
- k) $458321 - 402581 =$
- m) $100298 - 92099 =$

Addition

- a) 254319 b) 340800 c) 103117 d) 651816

Subtraktion

- a) 281619 b) 349817 c) 914808 d) 255551

Multiplikation

- a) 7504 b) 83670 c) 73978 d) 74285784

Division

- a) 325 b) 448 c) 305 d) 56

Addition und Subtraktion gemischt

a)	1	b)	4	c)	5	d)	9	e)	6			f)	3	g)	8	h)	2	
i)	3		3		4		7		1			k)	5		2		9	1
l)	8		5		0		0			m)	8		5		4		8	2
n)	7		9		0		1			o)	1		7		9		9	5
p)	3		5		8		4			q)	9		4		5		1	0
		r)	8		2		7			s)	9		0		0		0	

Addition

- | | | | |
|---------------------------------------|--|--|---|
| a) 56805
+ 6742
+ 55721
+ 89 | b) 643741
+ 700735
+ 8421
+ 53874 | c) 832994
+ 211532
+ 132646
+ 60066 | d) 6846772
+ 144932
+ 456932
+ 2853100 |
|---------------------------------------|--|--|---|

Subtraktion

- | | | | |
|----------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) 9542
- 2866
- 956 | b) 88745
- 8945
- 7731 | c) 765735
- 73554
- 82968 | d) 6543975
- 845062
- 2232313 |
|----------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|

Multiplikation

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 6790 · 3005 | b) 8877 · 7050 |
| c) 357067 · 85 | d) 3076 · 7007 |

Division

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) 2383770 : 5430 | b) 778800 : 13200 |
| c) 71568 : 568 | d) 25360 : 80 |

Gemischte Aufgaben

a) 2	7	b) 2	2	5	c)	d)	e)
		f)					
g)	h)			i)	k)		l)
m)				n)			
o)				p)			
		q)				r)	

waagrecht:

- a) 363 · 75 = 27225
- c) 496 · 58 =
- f) 916 · 84 =
- g) 399 · 16 =
- i) 13076 · 66 =
- m) 879 · 66 =
- n) 3439 · 12 =
- o) 163 · 31 =
- p) 3 · 2287 =
- q) 26 · 19 =
- r) 23 · 4 =

senkrecht

- a) 354825 : 15 =
- b) 722930 : 26 =
- c) 271128 : 11 =
- d) 6320869 : 89 =
- e) 680096 : 106 =
- h) 520600 : 137 =
- k) 313632 : 99 =
- l) 384272 : 56 =
- p) 50496 : 789 =

Addition

- a) 119357 b) 1406771 c) 1237238 d) 10301736

Subtraktion

- a) 5720 b) 72069 c) 609213 d) 3466600

Multiplikation

- a) 20403950 b) 62582850 c) 30350695 d) 21553532

Division

- a) 439 b) 59 c) 126 d) 317

Gemischte Aufgaben:

a) 2	7	b) 2	2	5		c) 2	8	d) 7	e) 6	8
3		f) 7	6	9	4	4		1	4	
g) 6	h) 3	8	4		i) 8	6	k) 3	0	1	l) 6
m) 5	8	0	1	4		n) 4	1	2	6	8
o) 5	0	5	3		p) 6	8	6	1		6
	0		q) 4	9	4		8		r) 9	2

1. Rechengesetze

Kommutativgesetz

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Bei der Addition und Multiplikation können die Zahlen vertauscht werden, ohne da sich das Ergebnis verändert.

Assoziativgesetz

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Bei der Addition und der Multiplikation können Klammern bei Bedarf beliebig gesetzt werden.

Distributivgesetz

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Jede Zahl in der Klammer wird mit der Zahl vor der Klammer einzeln multipliziert.

Mit Hilfe der Rechengesetze kann man geschickt rechnen:

1. Beispiel: $40 + 28 + 12 = 40 + (28 + 12) = 40 + 40 = 80$

2. Beispiel: $3 \cdot 7 + 9 \cdot 7 = (3 + 9) \cdot 7 = 12 \cdot 7 = 84$

2. Rangfolge der Rechenoperationen

Rechenreihenfolge

Beispiele:

1. Klammern ausrechnen

$$(3 + 1) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$$

2. Punktrechnung (\cdot und $:$)

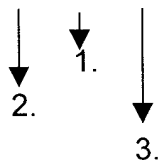
$$3 + 4 \cdot 2 = 3 + 8 = 11$$

3. Strichrechnung ($+$ und $-$)

$$3 + 4 - 2 = 7 - 2 = 5$$

1. Beispiel:

$$5 \cdot 3 + 4) - 18 = \square$$



$$5 \cdot (3 + 4) - 18 =$$

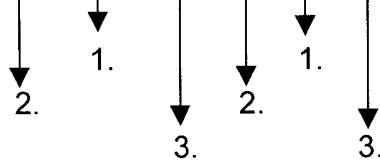
$$5 \cdot 7 - 18 =$$

$$35 - 18 = 17$$

$$5 \cdot (3 + 4) - 18 = \underline{17}$$

2. Beispiel:

$$18 \cdot (80 - 40) + 10 : (4 - 2) + 3 = \square$$



$$18 \cdot (80 - 40) + 10 : (4 - 2) + 3 =$$

$$18 \cdot 40 + 10 : 2 + 3 =$$

$$720 + 5 + 3 = 728$$

$$18 \cdot (80 - 40) + 10 : (4 - 2) + 3 = \underline{728}$$

3. Binomische Formeln

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(26)^2 = (20 + 6)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 6 + 6^2 = 400 + 240 + 36 = 676$

2. $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(26)^2 = (30 - 4)^2 = 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 4 + 4^2 = 900 - 240 + 16 = 676$

3. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(23) \cdot (17) = (20 + 3) \cdot (20 - 3) = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$

4. Quadratzahlen und Quadratwurzeln

Man erhält das Quadrat einer Zahl, indem man die Zahl mit sich selbst multipliziert.



$16^2 = 16 \cdot 16 = 256$

spricht: „16 Quadrat“

allg.: $a^2 = a \cdot a$

Man erhält die Quadratwurzel einer Zahl, indem man die positive Zahl sucht, die mit sich selbst multipliziert (d. h. quadriert) wieder die Zahl ergibt.

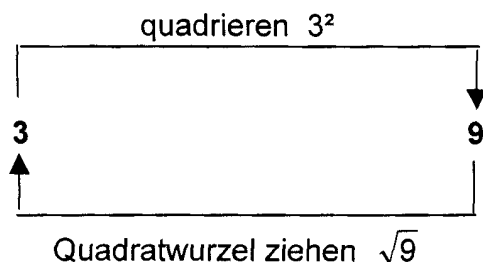


$\sqrt{25} = 5$, denn $5 \cdot 5 = 25$

spricht: „Quadratwurzel aus 25“

allg.: $\sqrt{a^2} = a$, denn $a \cdot a = a^2$

Quadrieren und Quadratwurzelziehen heben sich gegenseitig auf:



a	1	2	3	4
a^2	1	4	9	16
$\sqrt{a^2}$	1	2	3	4

Rechengesetze

Rechne geschickt mit Hilfe der Rechengesetze!

a) $20 + 13 + 17$

b) $7 \cdot 5 \cdot 6$

c) $22 + 39 + 11 + 48$

d) $15 \cdot 3 + 5 \cdot 3$

e) $17 \cdot 6 - 12 \cdot 6$

Rangfolge der Rechenoperationen

a) $15 \cdot (4 - 2 + 3 \cdot 6 - 5) + 23 - 144 : 12$

b) $(43 + 78 - 40 \cdot 3) + 51 : 17 + 13 \cdot (33 - 21 + 9 - 7 \cdot 2)$

c) $66 : 11 + 55 - 45 + (100 : 10 + 6 \cdot 13) - 97$

d) $73 + 15 : 3 - (42 : 6 + 3 \cdot 21) + 2 + 5 \cdot 2$

Binomische Formeln

a) 22^2

b) 27^2

c) $35 \cdot 25$

d) $27 \cdot 23$

Quadratzahlen und Quadratwurzeln

a	a^2	\sqrt{a}
1		
4		
	81	
16		
		5
36		

Rechengesetze

- a) 50 b) 210 c) 120
d) 60 e) 30

Rangfolge der Rechenoperationen

- a) 236 b) 95 c) 7 d) 20

Binomische Formeln

- a) 484 b) 729 c) 875 d) 625

Quadratzahlen und Quadratwurzeln

a	a²	\sqrt{a}
1	1	1
4	16	2
9	81	3
16	256	4
25	625	5
36	1296	6

Rechengesetze

Rechne geschickt mit Hilfe der Rechengesetze!

- a) $48 + 67 + 129 + 32 + 11 + 93$
- b) $236 + 383 + 44 + 51 + 307 + 19$
- c) $16 \cdot 40 + 3 \cdot 40 + 11 \cdot 40$
- d) $18 \cdot 7 - 9 \cdot 7 + 12 \cdot 7 - 11 \cdot 7$

Rangfolge der Rechenoperationen

- a) $22 - 15 + 5 \cdot 10 : 25 - 3 + 5 \cdot 2 + 87$
- b) $22 - (15 + 5) \cdot 10 : 25 - 3 + 5 \cdot (2 + 87)$
- c) Hier sind Fehler in der Reihenfolge der Rechenoperationen gemacht worden. Berechne zunächst das richtige Ergebnis. Ändere dann die Aufgabe so, dass das falsche Ergebnis richtig ist.

Falsche Rechnung	Richtiges Ergebnis	Geänderte Aufgabe
$120 - 40 : 4 = 20$	110	$(120 - 40) : 4$
$56 : 7 + 21 = 2$		
$66 + (53 + 15) \cdot 3 = 164$		

Binomische Formeln

- a) 42^2
- b) 37^2
- c) $75 \cdot 65$

Quadratzahlen und Quadratwurzeln

a	a^2	\sqrt{a}
		6
	10000	
49		
	1	
400		
	256	

Rechengesetze

- a) 380
- b) 1040
- c) 1200
- d) 70

Rangfolge der Rechenoperationen

- a) 103 b) 456

c)

Falsche Rechnung	Richtiges Ergebnis	Geänderte Aufgabe
$120 - 40 : 4 = 20$	110	$(120 - 40) : 4$
$56 : 7 + 21 = 2$	29	$56 : (7 + 21)$
$66 + (53 + 15) \cdot 3 = 164$	270	$66 + 53 + 15 \cdot 3$

Binomische Formeln

- a) 1764 b) 1369 c) 4875

Quadratzahlen und Quadratwurzeln

a	a ²	\sqrt{a}
36	1296	6
100	10000	10
49	2401	7
1	1	1
400	160000	20
16	256	4