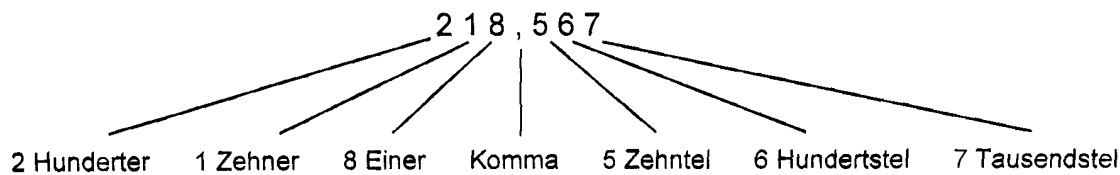


Ein **Dezimalbruch** ist z. B. folgendermaßen aufgebaut:



Eine **Periode** ist eine Zahlenfolge der Nachkommastellen, die sich wiederholt, z. B. $1,3333\dots$ ($2,3636\dots$). Kurz schreibt man dafür $1,\bar{3}$ ($2,\bar{36}$) und liest „eins Komma Periode drei“ („zwei Komma Periode drei sechs“).

1. Brüche und Dezimalbrüche

Dezimalbrüche sind andere Schreibweisen für Bruchzahlen.



1. Fall: Dezimalbruch in Bruch umwandeln

1. Bsp.: $0,4 = \frac{4}{10}$

Schreibe die Zahlen hinter dem Komma als Zähler.

Für den Nenner zähle die Stellen hinter dem Komma.

2. Bsp.: $2,59 = 2 \frac{59}{100}$

Ist es nur eine Stelle, schreibe als Nenner **10**.

Sind es zwei Stellen, schreibe als Nenner **100** usw.

3. Bsp.: $14,\bar{3} = 14 \frac{3}{9}$

Vorsicht bei Dezimalbrüchen mit Periode:

Für den Nenner zähle die Stellen hinter dem Komma.

4. Bsp.: $4,\bar{75} = 4 \frac{75}{99}$

Ist es nur eine Stelle, schreibe als Nenner **9**.

Sind es zwei Stellen, schreibe als Nenner **99** usw.

2. Fall: Bruch in Dezimalbruch umwandeln

1. Bsp.: $\frac{1}{2} = 1 : 2 = \underline{0,5}$

Um einen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln, wird der Zähler durch den Nenner dividiert.

2. Bsp.: $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5} = 7 : 5 = \underline{1,4}$

3. Bsp.: $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333\dots = \underline{0,\bar{3}}$

Bleibt beim Dividieren nie der Rest Null, so ergibt sich eine Periode.

4. Bsp.: $\frac{4}{11} = 4 : 11 = 0,3636\dots = \underline{0,\bar{36}}$

2. Rechnen mit Dezimalbrüchen



Wenn in diesem Kapitel Schwierigkeiten auftreten, dann sollte zunächst das Kapitel „Grundrechenarten“ bearbeitet werden.

2.1. Addition von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen addiert.

Beachte: links vom Komma: Einer unter Einer, Zehner unter Zehner
rechts vom Komma: Zehntel unter Zehntel, ...



Beispiel:

$56,862 + 3,6 + 32,62 = \square$

5	6	,	8	6	2	Nullen ergänzen
+	3	,	6	0	0	
+	3 ₁	,	6	2	0	
9	3	,	0	8	2	
1+3+0+5=9 Schreibe: 9	2+2+3+6=13 Schreibe: 3 Übertrage: 1		6+6+8=20 Schreibe: 0 Übertrage: 2	2+0+6=8 Schreibe: 8	0+0+2=2 Schreibe: 2	

$56,862 + 3,6 + 32,62 = \underline{\underline{93,082}}$

2.2. Subtraktion von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen subtrahiert.

Beachte: links vom Komma: Einer unter Einer, Zehner unter Zehner
rechts vom Komma: Zehntel unter Zehntel, ...



Beispiel:

$22,513 - 13,09 - 5,929 = \square$

2	2	,	5	1	3	Null ergänzen
-	3	,	0	9	0	
-	5 ₁	,	9 ₂	2 ₁	9	
	3	,	4	9	4	
Überlege: (1+1)+_=2 Ergänze: (2)+0=2	Überlege: (1+5+3)+_=12 Ergänze: (9)+3=12 Schreibe: 3 Übertrage: 1		Überlege: (2+9+0)+_=15 Ergänze: (11)+4=15 Schreibe: 4 Übertrage: 1	Überlege: (1+2+9)+_=21 Ergänze: (12)+9=21 Schreibe: 9 Übertrage: 2	Überlege: (9+0)+_=13 Ergänze: (9)+4=13 Schreibe: 4 Übertrage: 1	

$22,513 - 13,09 - 5,929 = \underline{\underline{3,494}}$

2.3. Multiplikation von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen multipliziert.

Für die **Kommasetzung** beachte:

Zähle die Nachkommastellen der Faktoren und addiere sie. Diese Summe ergibt die Anzahl der Nachkommastellen im Ergebnis.



Beispiel:

$$12,07 \cdot 106,2 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r}
 12,07 \cdot 106,2 \\
 \underline{1207000} \\
 0000 \\
 72420 \\
 2414 \\
 1 \\
 \hline
 1281,834
 \end{array}$$

Rechne: $1 \cdot 1207 = 1207$; Schreibe: 1207 mit 7 unter 1; Ergänze die Nullen.

Rechne: $0 \cdot 1207 = 0$; Schreibe: 0 unter die 0; Ergänze die Nullen.

Rechne: $6 \cdot 1207 = 7242$; Schreibe: 7242 mit 2 unter 6; Ergänze die Null.

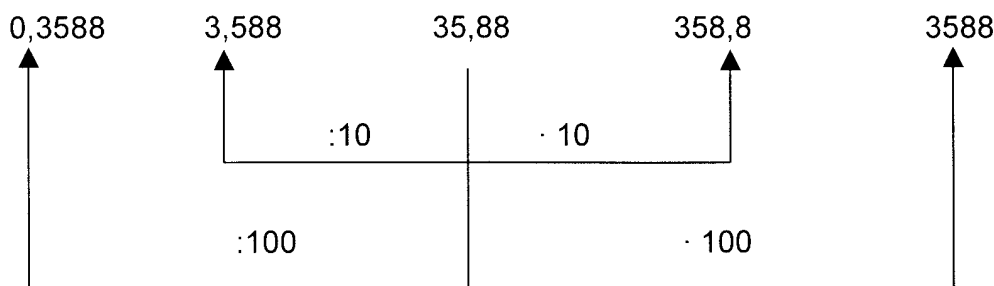
Rechne: $2 \cdot 1207 = 2414$; Schreibe: 2414 mit 4 unter 2.

Kommasetzung: 2 Nachkommastellen (von 12,07) plus 1 Nachkommastelle (von 106,2) ergibt 3 Nachkommastellen im Ergebnis (1281,834).

$$12,07 \cdot 106,2 = \underline{\underline{1281,834}}$$

Ein Dezimalbruch wird durch 10 (100, 1000 ...) dividiert, indem man das Komma um eine Stelle (zwei Stellen, drei Stellen,...) nach **links** versetzt.

Ein Dezimalbruch wird mit 10 (100, 1000...) multipliziert, indem man das Komma um eine Stelle (zwei Stellen, drei Stellen,...) nach **rechts** versetzt.



2.4. Division von Dezimalbrüchen

1. Fall: Division durch eine natürliche Zahl

Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen dividiert.

Für die Kommasetzung beachte:

Nachdem die Einerstelle dividiert wurde, setze im Ergebnis das Komma.



1. Bsp.: $280,8 : 12 = \square$

$$\begin{array}{r}
 280,8 : 12 = 23,4 \\
 \underline{24} \quad \leftarrow \cdot 12 \\
 40 \\
 \underline{36} \quad \leftarrow \cdot 12 \\
 48 \\
 \underline{48} \quad \leftarrow \cdot 12 \\
 0
 \end{array}$$

Überlege: $28 : 12 = 2$, Rest 4; Schreibe: 2 als Ergebnis.

Hole die 0 herunter.

Überlege: $40 : 12 = 3$, Rest 4; Schreibe: 3 als Ergebnis. **Setze Komma.**

Hole die 8 herunter.

Überlege: $48 : 12 = 4$, Rest 0; Schreibe: 4 als Ergebnis.

$280,8 : 12 = \underline{23,4}$

2. Bsp.: $19,2 : 15 = \square$

$$\begin{array}{r}
 19,2 : 15 = 1,28 \\
 \underline{15} \quad \leftarrow \cdot 15 \\
 42 \\
 \underline{30} \quad \leftarrow \cdot 15 \\
 120 \\
 \underline{120} \quad \leftarrow \cdot 15 \\
 0
 \end{array}$$

Überlege: $19 : 15 = 1$, Rest 4; Schreibe: 1 als Ergebnis. **Setze Komma.**

Hole die 2 herunter.

Überlege: $42 : 15 = 2$, Rest 12; Schreibe: 2 als Ergebnis.

Hole eine zusätzliche 0 herunter.

Überlege: $120 : 15 = 8$ Rest 0; Schreibe: 8 als Ergebnis.

$19,2 : 15 = \underline{1,28}$

2. Fall: Division durch einen Dezimalbruch



Wenn der Teiler ein Dezimalbruch ist, muß die Aufgabe umgeschrieben werden. Erweitere die Aufgabe mit 10, 100, 1000, ..., bis der Teiler zu einer natürlichen Zahl wird.

1. Bsp.: $144 : 1,2 = \square$

$144 : 1,2 = 1440 : 12 = \square$

Erweitere die Aufgabe mit 10 (Komma eine Stelle nach rechts)

Jetzt wird wie bei den natürlichen Zahlen dividiert.

$$\begin{array}{r}
 1440 : 12 = 120 \\
 \underline{12} \\
 24 \\
 \underline{24} \\
 00 \\
 \underline{0} \\
 0
 \end{array}$$

Überlege: $14 : 12 = 1$, Rest 2; Schreibe: 1 als Ergebnis.
 Hole die 4 herunter.
 Überlege: $24 : 12 = 2$, Rest 0; Schreibe: 2 als Ergebnis.
 Hole die 0 herunter.
 Überlege: $0 : 12 = 0$, Rest 0; Schreibe: 0 als Ergebnis.

$144 : 1,2 = \underline{120}$

3. Bsp.: $0,994 : 0,35 = \square$

$0,994 : 0,35 = 99,4 : 35 = \square$

Erweitere die Aufgabe mit 100 (Komma zwei Stellen nach rechts)

$$\begin{array}{r}
 99,4 : 35 = 2,84 \\
 \underline{70} \\
 294 \\
 \underline{280} \\
 140 \\
 \underline{140} \\
 0
 \end{array}$$

Überlege: $99 : 35 = 2$, Rest 29; Schreibe: 2 als Ergebnis. **Setze Komma.**
 Hole die 4 herunter.
 Überlege: $294 : 35 = 8$, Rest 14; Schreibe: 8 als Ergebnis.
 Hole eine zusätzliche 0 herunter.
 Überlege: $140 : 35 = 4$, Rest 0; Schreibe: 4 als Ergebnis.

$0,994 : 0,35 = \underline{2,84}$

Addition

$$\begin{array}{r} \text{a) } 231,45 \\ + 505,2 \\ + \underline{23,04} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 6598,098 \\ + 8950,9 \\ + \underline{87,432} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 84964,849 \\ + 74933,009 \\ + \underline{8795,8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 986 \\ + 453,89 \\ + \underline{987,649} \end{array}$$

Subtraktion

$$\begin{array}{r} \text{a) } 8575,59 \\ - 102,34 \\ - \underline{151,04} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 64398,065 \\ - 23198,676 \\ - \underline{999,8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 638,638 \\ - 65,90 \\ - \underline{154,007} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 984,53 \\ - 537,12 \\ - \underline{90,099} \end{array}$$

Multiplikation

$$\text{a) } 289,3 \cdot 6,91$$

$$\text{b) } 95,6 \cdot 0,31$$

$$\text{c) } 0,78 \cdot 9,65$$

$$\text{d) } 18,43 \cdot 34,89$$

Division

$$\text{a) } 253,92 : 0,8$$

$$\text{b) } 113,04 : 0,9$$

$$\text{c) } 110,9 : 0,5$$

$$\text{d) } 88,69 : 3,5$$

Umwandlung: Dezimalbruch in Bruch und Bruch in Dezimalbruch

$$\text{a) } 0,25$$

$$\text{b) } 0,375$$

$$\text{c) } 1,15$$

$$\text{d) } 2,\bar{3}$$

$$\text{e) } \frac{1}{20}$$

$$\text{f) } \frac{9}{20}$$

$$\text{g) } 1\frac{1}{5}$$

$$\text{h) } \frac{1}{6}$$

Addition

- a) 759,69 b) 15636,430 c) 168693,658 d) 2427,539

Subtraktion

- a) 8322,21 b) 40199,589 c) 418,731 d) 357,311

Multiplikation

- a) 1999,063 b) 29,636 c) 7,527 d) 643,0227

Division

- a) 317,4 b) 125,6 c) 221,8 d) 25,34

Umwandlung: Dezimalbruch in Bruch und Bruch in Dezimalbruch

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $1\frac{3}{20}$ d) $2\frac{1}{3}$
e) 0,05 f) 0,45 g) 1,2 h) $0,1\bar{6}$
-

Addition

Schreibe untereinander und addiere:

- a) $2,72 + 210 + 959 + 16,5 + 19,46 + 1,69 + 6,31$
- b) $1527,4 + 247,05 + 118 + 89,97 + 0,53 + 543,007$
- c) $0,77 + 1,883 + 31,6 + 134,4 + 60,5 + 143,98$

Subtraktion

Schreibe untereinander und subtrahiere:

- a) $429,38 - 179 - 2,73 - 2,46 - 189,6 - 15,39$
- b) $2755,52 - 120 - 3,23 - 83,5 - 2357 - 7,59 - 146$
- c) $961,86 - 302 - 574 - 28,6 - 25,88 - 2,28$

Multiplikation

- a) $229,45 \cdot 37,54$ b) $179,69 \cdot 28,2$ c) $176,01 \cdot 2,95$ d) $144,5 \cdot 21,32$

Division

- a) $335,04 : 0,4$ b) $21,063 : 0,70$ c) $3,3728 : 0,04$ d) $18,36 : 6,8$

Umwandlung: Dezimalbruch in Bruch und Bruch in Dezimalbruch

- a) 0,92 b) 0,800 c) 2,0625 d) $0,\overline{45}$
- e) $\frac{4}{5}$ f) $\frac{123}{500}$ g) $81\frac{2}{9}$ h) $6\frac{2}{3}$

Schreibe ab und ergänze die fehlenden Zahlen in einer anderen Farbe!!!

- a)
$$\begin{array}{r} 0,04 \square \\ + \square\square,307 \\ + 7,\square\square3 \\ \hline 19,370 \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} 34,76\square \\ + 1\square\square,0\square2 \\ + 348,\square48 \\ \hline \square10,852 \end{array}$$
- c)
$$\begin{array}{r} 26,52 \\ - \square,4\square \\ - 6,\square9 \\ \hline \square9,66 \end{array}$$
- d)
$$\begin{array}{r} \square\square80,02 \\ - 450,\square9 \\ - 63\square,08 \\ \hline 6\square7,0\square \end{array}$$
- e)
$$\begin{array}{r} 1\square,6 \cdot 3,\square \\ 528 \\ 12\square2 \\ \hline \square5,12 \end{array}$$
- f)
$$\begin{array}{r} \square,\square\square \cdot \square,2 \\ 225 \\ 1\square0 \\ \hline \square,\square00 \end{array}$$
- g)
$$\begin{array}{r} 0,258 : \square = 0,0\square6 \\ 24 \\ 18 \\ 18 \\ 0 \end{array}$$
- h)
$$\square\square\square,\square : 9 = \underline{25,8}$$

Addition

- a) 1215,68 b) 2525,957 c) 373,133

Subtraktion

- a) 40,2 b) 38,2 c) 29,1

Multiplikation

- a) 8613,553 b) 5067,258 c) 519,2295 d) 3080,74

Division

- a) 837,6 b) 30,09 c) 84,32 d) 2,7

Umwandlung: Dezimalbruch in Bruch und Bruch in Dezimalbruch

- a) $\frac{23}{25}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $2\frac{1}{16}$ d) $\frac{5}{11}$
 e) 0,8 f) 0,246 g) $81,\bar{2}$ h) $6,\bar{6}$

Ergänzungsaufgaben

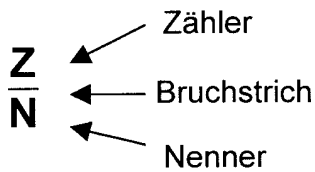
- | | | | |
|---|--|---|--|
| a) $\begin{array}{r} 0,040 \\ + 12,307 \\ + 7,023 \\ \hline 19,370 \end{array}$ | b) $\begin{array}{r} 34,762 \\ + 128,042 \\ + 348,048 \\ \hline 510,852 \end{array}$ | c) $\begin{array}{r} 26,52 \\ - 0,47 \\ - 6,39 \\ \hline 19,66 \end{array}$ | d) $\begin{array}{r} 1780,02 \\ - 450,89 \\ - 632,08 \\ \hline 697,05 \end{array}$ |
|---|--|---|--|

- e)
$$\begin{array}{r} 17,6 \cdot 3,7 \\ \underline{528} \\ \underline{1232} \\ \hline 65,12 \end{array}$$
 f)
$$\begin{array}{r} 0,75 \cdot 3,2 \\ \underline{225} \\ \underline{150} \\ \hline 2,400 \end{array}$$
 g)
$$\begin{array}{r} 0,258 : 3 = 0,086 \\ \underline{24} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

- h) $232,2 : 9 = 25,8$

1. Grundlagen der Bruchrechnung

Bruch



Ein Bruch kann als Quotient von zwei natürlichen Zahlen aufgefasst werden. Der Bruchstrich und das Divisionszeichen haben die gleiche Bedeutung: $\frac{1}{2} = 1 : 2$

Gleichnamiger Bruch

Brüche, die den gleichen Nenner haben, heißen gleichnamig.

Beispiel: $\frac{3}{10}; \frac{7}{10}$

Gemischte Schreibweise

Die gemischte Schreibweise besteht aus einer natürlichen Zahl und einem Bruch.

Beispiel: $2 \frac{1}{2}$ (das bedeutet $2 + \frac{1}{2}$)

Kehrwert

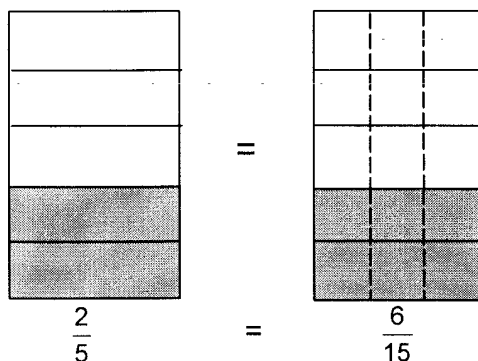
Den Kehrwert eines Bruches erhält man, indem man Zähler und Nenner vertauscht.

Beispiel: Der Kehrwert von $\frac{3}{4}$ ist $\frac{4}{3}$.

Erweitern von Brüchen

Beim Erweitern eines Bruches werden Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert.

Beispiel: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$ erweitern mit 3



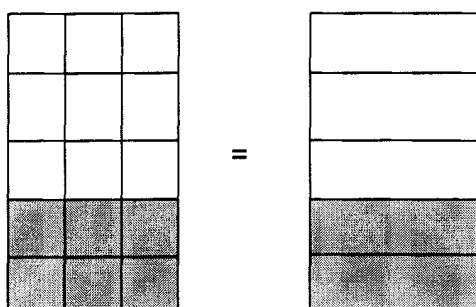
Beide Brüche bezeichnen dieselbe Bruchzahl!

Kürzen von Brüchen

Beim Kürzen eines Bruches werden Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividiert.

Beispiel: $\frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$ kürzen mit 3

Schreibweise: $\frac{6}{15} = \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{15}_5} = \frac{2}{5}$



$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Beide Brüche bezeichnen dieselbe Bruchzahl!

Ergebnisse sollten grundsätzlich so weit wie möglich gekürzt werden!

Vergleich von Brüchen

Brüche werden verglichen, indem man die Nenner gleich macht und anschließend die Zähler vergleicht.

Beispiel: Ausgangsbrüche: $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$

gleichnamig machen: $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$ und $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$

vergleichen: $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$

2. Umwandlung von Brüchen

1. Fall: Bruch in gemischte Schreibweise umwandeln

$$1. \text{ Bsp.: } \frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = \underline{\underline{1\frac{2}{3}}}$$

Wenn der Zähler größer ist als der Nenner, kann der Bruch in eine gemischte Schreibweise umgewandelt werden.

$$2. \text{ Bsp.: } \frac{62}{19} = \frac{57}{19} + \frac{5}{19} = 3 + \frac{5}{19} = \underline{\underline{3\frac{5}{19}}}$$

2. Fall: Gemischte Schreibweise in Bruch umwandeln

$$1. \text{ Bsp.: } 2\frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$$

Bei der Umwandlung wird die natürliche Zahl in einen Bruch umgewandelt und zu dem Bruch aus der gemischten Schreibweise addiert.

$$2. \text{ Bsp.: } 5\frac{2}{9} = 5 + \frac{2}{9} = \frac{45}{9} + \frac{2}{9} = \underline{\underline{\frac{47}{9}}}$$

3. Fall: Dezimalbruch in Bruch umwandeln

$$1. \text{ Bsp.: } 0,4 = \underline{\underline{\frac{4}{10}}}$$

Schreibe die Zahlen hinter dem Komma als Zähler.
Für den Nenner zähle die Stellen hinter dem Komma.
Ist es nur eine Stelle, schreibe als Nenner **10**.

$$2. \text{ Bsp.: } 2,59 = 2 \frac{59}{100}$$

Sind es zwei Stellen, schreibe als Nenner **100** usw.

$$3. \text{ Bsp.: } 14,\bar{3} = 14 \frac{3}{9}$$

Vorsicht bei Dezimalbrüchen mit Periode:

Für den Nenner zähle die Stellen hinter dem Komma.

$$4. \text{ Bsp.: } 4,\overline{75} = 4 \frac{75}{99}$$

Ist es nur eine Stelle, schreibe als Nenner **9**.

Sind es zwei Stellen, schreibe als Nenner **99** usw.

4. Fall: Bruch in Dezimalbruch umwandeln

$$1. \text{ Bsp.: } \frac{1}{2} = 1 : 2 = \underline{\underline{0,5}}$$

Um einen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln, wird der Zähler durch den Nenner dividiert.

$$2. \text{ Bsp.: } 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5} = 7 : 5 = \underline{\underline{1,4}}$$

$$3. \text{ Bsp.: } \frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333\dots = \underline{\underline{0,\bar{3}}}$$

Bleibt beim Dividieren nie der Rest Null, so ergibt sich eine Periode. Eine **Periode** ist eine Zahlenfolge

$$4. \text{ Bsp.: } \frac{4}{11} = 4 : 11 = 0.3636\dots = \underline{\underline{0,\overline{36}}}$$

der Nachkommastellen, die sich immer wiederholt.

3. Rechnen mit Brüchen

3.1. Addition von Brüchen

Brüche werden addiert, indem sie zuerst auf den gleichen Nenner (Hauptnenner) gebracht werden. Anschließend werden die Zähler addiert. Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner.



1. Fall: Bruch plus Bruch

$$\text{Bsp.: } \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \boxed{}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \underline{\underline{\frac{9}{20}}}$$

2. Fall: Bruch plus natürliche Zahl

$$\text{Bsp.: } \frac{5}{6} + 3 = \boxed{}$$

$$\frac{5}{6} + 3 = 3 + \frac{5}{6} = \underline{\underline{3\frac{5}{6}}}$$

3. Fall: Bruch plus gemischte Schreibweise

$$\text{Bsp.: } \frac{2}{5} + 3\frac{1}{2} = \boxed{}$$

$$\frac{2}{5} + 3\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + \frac{7}{2} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} + \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{35}{10} = \frac{39}{10} = \underline{\underline{3\frac{9}{10}}}$$

Wandle zunächst die gemischte Schreibweise

in einen Bruch um, addiere dann wie gewohnt.

4. Fall: Gemischte Schreibweise plus gemischte Schreibweise

$$\text{Bsp.: } 3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = \boxed{}$$

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{3} = \frac{19}{5} + \frac{7}{3} = \frac{19 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 5}$$

$$= \frac{57}{15} + \frac{35}{15} = \frac{92}{15} = \underline{\underline{6\frac{2}{15}}}$$

Wandle zunächst die gemischten Schreibweisen

in Brüche um. Addiere dann wie gewohnt.

5. Fall: Gemischte Schreibweise plus natürliche Zahl

$$\text{Bsp.: } 8\frac{3}{5} + 5 = \boxed{}$$

$$8\frac{3}{5} + 5 = 8 + \frac{3}{5} + 5 = 8 + 5 + \frac{3}{5} = \underline{\underline{13\frac{3}{5}}}$$

Addiere die natürlichen Zahlen. Der Bruch bleibt unverändert.

3.2. Subtraktion von Brüchen

Brüche werden subtrahiert, indem sie zuerst auf den gleichen Nenner (Hauptnenner) gebracht werden. Anschließend werden die Zähler subtrahiert. Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner.

1. Fall: Bruch minus Bruch

$$\text{Bsp.: } \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \boxed{}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 7} - \frac{1 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{7}{35} - \frac{5}{35} = \underline{\underline{\frac{2}{35}}}$$

2. Fall: Bruch minus natürliche Zahl

$$\text{Bsp.: } \frac{22}{6} - 3 = \boxed{}$$

$$\frac{22}{6} - 3 = \frac{22}{6} - \frac{18}{6} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Wandle zunächst die natürliche Zahl in einen Bruch um. Subtrahiere dann wie gewohnt.

3. Fall: Bruch minus gemischte Schreibweise

$$\text{Bsp.: } \frac{23}{5} - 3\frac{1}{2} = \boxed{}$$

$$\frac{23}{5} - 3\frac{1}{2} = \frac{23}{5} - \frac{7}{2} = \frac{23 \cdot 2}{5 \cdot 2} - \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{46}{10} - \frac{35}{10} = \frac{11}{10} = \underline{\underline{1\frac{1}{10}}}$$

Wandle zunächst die gemischte Schreibweise in einen Bruch um, subtrahiere dann wie gewohnt.

4. Fall: Gemischte Schreibweise minus gemischte Schreibweise

$$\text{Bsp.: } 3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3} = \boxed{}$$

$$3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3} = \frac{16}{5} - \frac{7}{3} = \frac{16 \cdot 3}{5 \cdot 3} - \frac{7 \cdot 5}{3 \cdot 5}$$

$$= \frac{48}{15} - \frac{35}{15} = \underline{\underline{\frac{13}{15}}}$$

Wandle zunächst die gemischten Schreibweisen in Brüche um. Subtrahiere dann wie gewohnt.

5. Fall: Gemischte Schreibweise minus natürliche Zahl

$$\text{Bsp.: } 8\frac{3}{5} - 5 = \boxed{}$$

$$8\frac{3}{5} - 5 = 8 + \frac{3}{5} - 5 = 8 - 5 + \frac{3}{5} = \underline{\underline{3\frac{3}{5}}}$$

Subtrahiere die natürlichen Zahlen. Der Bruch bleibt unverändert.

3.3. Multiplikation von Brüchen

Brüche werden multipliziert, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert werden. Vor dem Multiplizieren prüfen, ob gekürzt werden kann!



1. Fall: Bruch mal Bruch

$$\text{Bsp.: } \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{27} = \boxed{}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{27} = \frac{\cancel{3} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\cancel{5}_1 \cdot \cancel{27}_9} = \frac{1 \cdot \cancel{3}}{1 \cdot \cancel{9}_3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

2. Fall: Bruch mal gemischte Schreibweise

$$\text{Bsp.: } \frac{4}{5} \cdot 3\frac{4}{7} = \boxed{}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 3\frac{4}{7} = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{7} = \frac{4 \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{5}_1 \cdot 7}$$

$$= \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 7} = \frac{20}{7} = \underline{\underline{2\frac{6}{7}}}$$

Wandle zunächst die gemischte Schreibweise in

einen Bruch um. Multipliziere dann wie gewohnt.

3. Fall: Bruch mal natürliche Zahl

$$\text{Bsp.: } \frac{7}{8} \cdot 4 = \boxed{}$$

$$\frac{7}{8} \cdot 4 = \frac{7 \cdot \cancel{4}}{\cancel{8}_2} = \frac{7}{2} = \underline{\underline{3\frac{1}{2}}}$$

Multipliziere die natürliche Zahl mit dem Zähler.

3.4. Division von Brüchen

Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit dem Kehrbuch multipliziert.



1. Fall: Bruch geteilt durch Bruch

Bsp.: $\frac{3}{20} : \frac{6}{25} = \boxed{}$

$$\frac{3}{20} : \frac{6}{25} = \frac{3}{20} \cdot \frac{25}{6} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{20}_4 \cdot \cancel{6}_2} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$$

2. Fall: Gemischte Schreibweise geteilt durch Bruch

Bsp.: $3\frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \boxed{}$

$$3\frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{25}{8} \cdot \frac{2}{1} = \frac{25 \cdot \cancel{2}}{\cancel{8}_4 \cdot 1} = \frac{25}{4} = \underline{\underline{6\frac{1}{4}}}$$

Wandle zunächst die gemischte Schreibweise in einen Bruch um. Dividiere dann wie gewohnt.

3. Fall: Natürliche Zahl geteilt durch Bruch

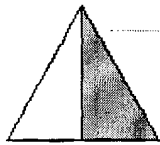
Bsp.: $6 : \frac{3}{20} = \boxed{}$

$$6 : \frac{3}{20} = \frac{6}{1} \cdot \frac{20}{3} = \frac{\cancel{6}^2 \cdot 20}{1 \cdot \cancel{3}_1} = \underline{\underline{40}}$$

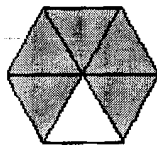
Wandle zunächst die natürliche Zahl in einen Bruch um. Dividiere dann wie gewohnt.

Bestimmen von Bruchteilen (dunkle Flächen)

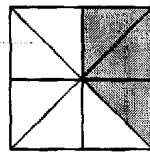
a)



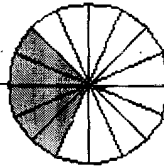
b)



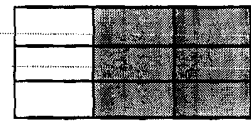
c)



d)



e)



Kürzen von Brüchen

a) $\frac{20}{100}$

b) $\frac{24}{56}$

c) $\frac{54}{63}$

d) $\frac{38}{57}$

e) $\frac{33}{110}$

f) $\frac{84}{100}$

Vergleichen von Brüchen

a) $\frac{1}{4}; \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{6}; \frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{5}; \frac{4}{9}$

d) $\frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{1}$

e) $\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{6}{15}$

Umformen von Brüchen in gemischte Schreibweisen und umgekehrt

a) $1\frac{1}{2}$

b) $\frac{19}{8}$

c) $\frac{10}{7}$

d) $\frac{13}{4}$

e) $10\frac{3}{7}$

f) $5\frac{8}{9}$

Umformen in Dezimalbrüche

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{9}{25}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $\frac{6}{8}$

e) $1\frac{1}{5}$

f) $4\frac{1}{6}$

Rechnen mit Brüchen

a) $\frac{6}{9} + \frac{7}{12}$

b) $\frac{1}{15} + \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{8}$

d) $\frac{7}{6} - \frac{2}{9}$

e) $\frac{8}{7} - \frac{1}{2}$

f) $\frac{13}{15} - \frac{5}{6}$

g) $\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{9}$

h) $\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{25}$

i) $\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{42}$

j) $\frac{15}{8} : \frac{5}{16}$

k) $\frac{15}{14} : \frac{3}{7}$

l) $\frac{11}{12} : \frac{1}{24}$

Bestimmen von Bruchteilen (dunkle Flächen)

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{16}$ e) $\frac{6}{9}$

Kürzen von Brüchen

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{6}{7}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{10}$ f) $\frac{21}{25}$

Vergleichen von Brüchen

a) $\frac{1}{4} < \frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{5} > \frac{4}{9}$ d) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{1}$ e) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} < \frac{1}{2}$

Umformen von Brüchen in gemischte Schreibweisen und umgekehrt

a) $\frac{3}{2}$ b) $2\frac{3}{8}$ c) $1\frac{3}{7}$ d) $3\frac{1}{4}$ e) $\frac{73}{7}$ f) $\frac{53}{9}$

Umformen in Dezimalbrüche

a) 0,05 b) 0,36 c) 0,7 d) 0,75 e) 1,2 f) $4,1\bar{6}$

Rechnen mit Brüchen

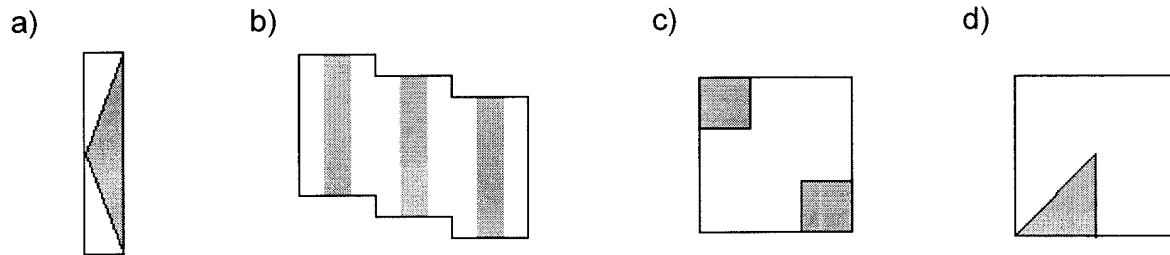
a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{8}{8} = 1$

d) $\frac{17}{8}$ e) $\frac{9}{14}$ f) $\frac{1}{30}$

g) $\frac{11}{18}$ h) $\frac{2}{5}$ i) $\frac{1}{6}$

j) 6 k) $\frac{5}{2}$ l) 22

Bestimmen von Bruchteilen



Kürzen von Brüchen

a) $\frac{78 \cdot 42}{28 \cdot 91}$ b) $\frac{130 \cdot 90}{30 \cdot 13}$ c) $\frac{57 \cdot 72}{54 \cdot 76}$ d) $\frac{13 \cdot 80}{120 \cdot 104}$ e) $\frac{90 \cdot 72}{144 \cdot 126}$ f) $\frac{51 \cdot 84}{28 \cdot 136}$

Vergleichen von Brüchen; ordne nach der Größe

a) $\frac{7}{8}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{8}{9}$ b) $\frac{6}{7}$; $\frac{42}{50}$; $\frac{30}{35}$ c) $\frac{1}{8}$; $\frac{8}{125}$; $\frac{245}{500}$ d) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{18}$; $\frac{2}{9}$

Umformen von Brüchen in gemischte Schreibweisen und umgekehrt

a) $31\frac{5}{6}$ b) $2\frac{17}{25}$ c) $7\frac{13}{20}$ d) $\frac{82}{40}$ e) $\frac{60}{13}$ f) $\frac{52}{6}$

Umformen in Dezimalbrüche

a) $1020\frac{88}{120}$ b) $86\frac{17}{400}$ c) $21\frac{73}{125}$ d) $\frac{19}{20}$ e) $\frac{1}{18}$ f) $\frac{4}{15}$

Rechnen mit Brüchen

a) $3\frac{4}{5} + 2\frac{3}{7}$ b) $3\frac{4}{9} - 1\frac{3}{11}$ c) $7\frac{2}{5} : 8\frac{7}{8}$ d) $3\frac{2}{5} + \frac{2}{15}$

e) $4\frac{15}{8} : \frac{5}{16}$ f) $6\frac{5}{6} \cdot \frac{24}{35}$

Bestimmen von Bruchteilen

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{1}{8}$

Kürzen von Brüchen

a) $\frac{9}{7}$ b) 30 c) 1 d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{5}{14}$ f) $\frac{9}{8}$

Vergleichen von Brüchen; ordne nach der Größe

a) $\frac{7}{8} < \frac{8}{9} < \frac{11}{12}$ b) $\frac{42}{50} < \frac{6}{7} = \frac{30}{35}$ c) $\frac{8}{125} < \frac{1}{8} < \frac{245}{500}$ d) $\frac{1}{18} < \frac{2}{9} < \frac{3}{4}$

Umformen von Brüchen in gemischte Schreibweisen und umgekehrt

a) $\frac{191}{6}$ b) $\frac{67}{25}$ c) $\frac{153}{20}$ d) $2\frac{1}{20}$ e) $4\frac{8}{13}$ f) $8\frac{2}{3}$

Umformen in Dezimalbrüche

a) 1020,7 $\bar{3}$ b) 86,0425 c) 21,584 d) 0,95
e) 0,0 $\bar{5}$ f) 0,2 $\bar{6}$

Rechnen mit Brüchen

a) $\frac{218}{35} = 6\frac{8}{35}$ b) $\frac{215}{99} = 2\frac{17}{99}$ c) $\frac{296}{355}$ d) $\frac{53}{15} = 3\frac{8}{15}$
e) $\frac{94}{5} = 18\frac{4}{5}$ f) $\frac{164}{35} = 4\frac{24}{35}$

1. Positive und negative Zahlen

Natürliche Zahlen, vor denen ein + steht, heißen **positive** Zahlen, +1, +2, +3, ...

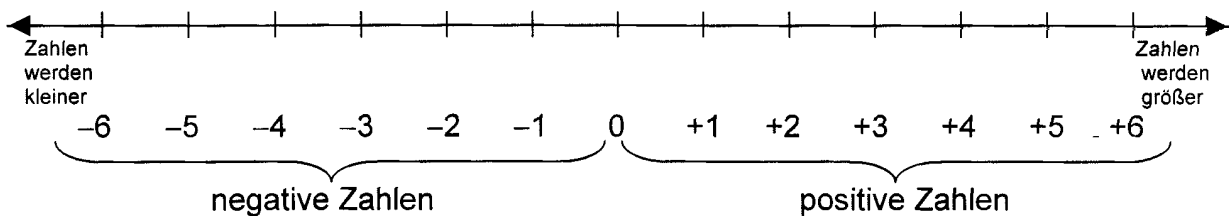
Zahlen, vor denen ein – steht, heißen **negative** Zahlen, -1, -2, -3, ...

Alle positiven und negativen Zahlen und die Zahl Null ergeben zusammen die Menge der ganzen Zahlen. Sie wird mit **Z**. bezeichnet

Negative Zahlen kennt man z. B. vom Wetterbericht im Winter: – 5° C.

Auch beim Umgang mit Geld gibt es negative Zahlen. Diese werden als Schulden bezeichnet (Karls Kontostand: – 2000 DM bedeutet, Karl hat 2000 DM Schulden).

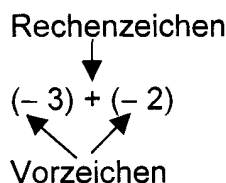
Positive und negative Zahlen lassen sich auf einer Zahlengeraden darstellen:



- + 4 steht links von + 6, also gilt: $+ 4 < + 6$
- + 3 steht links von + 4, also gilt: $+ 3 < + 4$
- 2 steht links von + 1, also gilt: $– 2 < + 1$
- 6 steht links von – 2, also gilt: $– 6 < – 2$

2. Rechnen mit ganzen Zahlen

Rechenzeichen und Vorzeichen müssen unterschieden werden.



Um Vor- und Rechenzeichen zu unterscheiden, wird um das Vorzeichen und die dazugehörige Zahl eine Klammer gesetzt.

Bei positiven Zahlen kann das Vorzeichen und die Klammer weggelassen werden:

Beispiel: $(+ 3) = 3$

2.1. Addition und Subtraktion

Bei der Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen können acht Fälle auftreten:

$(+ 3) + (+ 5) = (+ 8)$	$(+ 3) - (+ 5) = (- 2)$
$(+ 3) + (- 5) = (- 2)$	$(+ 3) - (- 5) = (+ 8)$
$(- 3) + (+ 5) = (+ 2)$	$(- 3) - (+ 5) = (- 8)$
$(- 3) + (- 5) = (- 8)$	$(- 3) - (- 5) = (+ 2)$

Sind das Rechenzeichen und das nachfolgende Vorzeichen gleich, so wird ein positives Rechenzeichen benutzt und das Vorzeichen fällt weg.

$$+ (+a) = + a \qquad - (- a) = + a$$

Sind das Rechenzeichen und das nachfolgende Vorzeichen verschieden, so wird ein negatives Rechenzeichen benutzt und das Vorzeichen fällt weg.

$$- (+ a) = - a \qquad + (- a) = - a$$



$(+ 3) + (+ 5) = 3 + 5 = 8$	$(+ 3) - (+ 5) = 3 - 5 = (- 2)$
$(+ 3) + (- 5) = 3 - 5 = (- 2)$	$(+ 3) - (- 5) = 3 + 5 = 8$
$(- 3) + (+ 5) = (- 3) + 5 = 2$	$(- 3) - (+ 5) = (- 3) - 5 = (- 8)$
$(- 3) + (- 5) = (- 3) - 5 = (- 8)$	$(- 3) - (- 5) = (- 3) + 5 = 2$

Steht ein negatives Rechenzeichen vor einer Klammer, so werden alle Rechenzeichen in der Klammer beim Auflösen der Klammer umgekehrt (aus + wird -, aus - wird +).



Beispiel: $15 - (18 + 19) = 15 - 18 - 19 = (- 22)$
 $33 - (7 + 18 - 12) = 33 - 7 - 18 + 12 = 20$

2.2. Multiplikation und Division

Bei der Multiplikation und Division von ganzen Zahlen können acht Fälle auftreten:

$(+ 10) \cdot (+ 5) = (+ 50)$	$(+ 10) : (+ 5) = (+ 2)$
$(+ 10) \cdot (- 5) = (- 50)$	$(+ 10) : (- 5) = (- 2)$
$(- 10) \cdot (+ 5) = (- 50)$	$(- 10) : (+ 5) = (- 2)$
$(- 10) \cdot (- 5) = (+ 50)$	$(- 10) : (- 5) = (+ 2)$

Sind die Vorzeichen gleich, so ist das Ergebnis positiv.
 Sind die Vorzeichen verschieden, so ist das Ergebnis negativ.



.	+	-
+	+	-
-	-	+

:	+	-
+	+	-
-	-	+

Addition und Subtraktion

a) $(+ 75) + (- 188)$

b) $(- 63) + (+ 287)$

c) $(+ 113) - (- 89)$

d) $(- 56) - (+ 276)$

e) $(+ 58) + (- 38) + (+ 16) + (- 73)$

f) $(+ 113) + (- 93) + (- 181)$

g) $(+ 113) - (+ 97) - (- 83) - (+ 212)$

h) $(+ 11) - (+ 18) - (- 28)$

i) $(+ 33) + (- 77) - (- 11)$

j) $(+ 12) - (- 13) - (+ 14) + (- 15)$

k) $38 - (55 + 73)$

l) $7 - (12 + 13 - 30)$

Multiplikation

a) $(+ 7) \cdot (- 15)$

b) $(+ 13) \cdot (+ 3)$

c) $(- 18) \cdot (- 4)$

d) $(- 30) \cdot (+ 7)$

Division

a) $(- 256) : (- 16)$

b) $(+ 396) : (+ 6)$

c) $(- 164) : (+ 4)$

d) $(- 1002) : (+ 2)$

Addition und Subtraktiona) $(- 113)$ b) $(+ 224)$ c) $(+ 202)$ d) $(- 332)$ e) $(- 37)$ f) $(- 161)$ g) $(- 113)$ h) $(+ 21)$ i) $(- 33)$ j) $(- 4)$ k) $(- 90)$ l) 12 **Multiplikation**a) $(- 105)$ b) $(+ 39)$ c) $(+ 72)$ d) $(- 210)$ **Division**a) $(+ 16)$ b) $(+ 66)$ c) $(- 41)$ d) $(- 501)$

Addition und Subtraktion

a) $158 + (-17) + 16 + (-62)$

b) $103 + (-77) + (-306)$

c) $1113 - (+972) - (-183) - (+15)$

d) $333 - (+78) - (-269)$

e) $543 + (-123) - (-76)$

f) $413 - (-801) - (+27) + (-101)$

g) $69 - (327 + 81)$

h) $45 - (72 + (-93) + 168 + (-15))$

Multiplikation

a) $12 \cdot (-7)$

b) $23 \cdot 4$

c) $(-25) \cdot (-7)$

d) $(-34) \cdot 11$

Division

a) $(-625) : (-25)$

b) $972 : 6$

c) $(-264) : 4$

d) $(-675) : 15$

Gemischte Aufgaben

a) $(-27) \cdot 13$

b) $321 + (-79) - (+199)$

c) $555 : (-37)$

d) $55 - 93 - (-103)$

Addition und Subtraktion

- | | |
|------------|------------|
| a) 95 | b) (- 280) |
| c) 309 | d) 524 |
| e) 496 | f) 1086 |
| g) (- 339) | h) (- 87) |

Multiplikation

- | | |
|-----------|------------|
| a) (- 84) | b) 92 |
| c) 175 | d) (- 374) |

Division

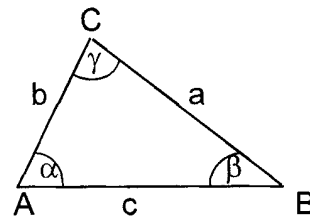
- | | |
|-----------|-----------|
| a) 25 | b) 162 |
| c) (- 66) | d) (- 45) |

Gemischte Aufgaben

- | | |
|------------|-------|
| a) (- 351) | b) 43 |
| c) (-15) | d) 65 |
-

In Dreiecken gibt es folgende Bezeichnungen:

- die Punkte A,B,C.
- die Seiten a,b,c.
- die Winkel α, β, γ .



Dem Punkt A mit dem Winkel α liegt die Seite a gegenüber.
Entsprechendes gilt für die Punkte B und C.

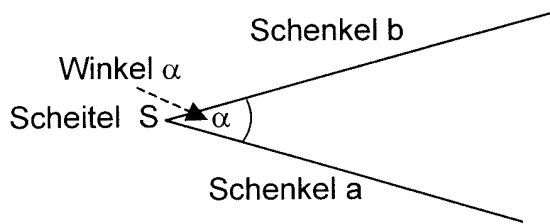
Die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma$ beträgt im Dreieck immer 180° .

Die beiden Seiten, die einen Winkel einschließen, heißen Schenkel.

1. Dreiecksformen

Dreieck	spitzwinklig alle Winkel $< 90^\circ$	rechtwinklig ein Winkel $= 90^\circ$	stumpfwinklig ein Winkel $> 90^\circ$
ungleichseitig keine Seite gleich lang	<p>$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$</p>	<p>$a \neq b \neq c$ $\alpha = 90^\circ$</p>	<p>$a \neq b \neq c$ $\alpha > 90^\circ$</p>
gleichschenkelig zwei Seiten gleich lang	<p>$a = b$ $\alpha = \beta$</p>	<p>$a = b$ $\alpha = \beta$ $\gamma = 90^\circ$</p>	<p>$a = b$ $\alpha = \beta$ $\gamma > 90^\circ$</p>
gleichseitig alle Seiten gleich lang	<p>$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma$</p>		

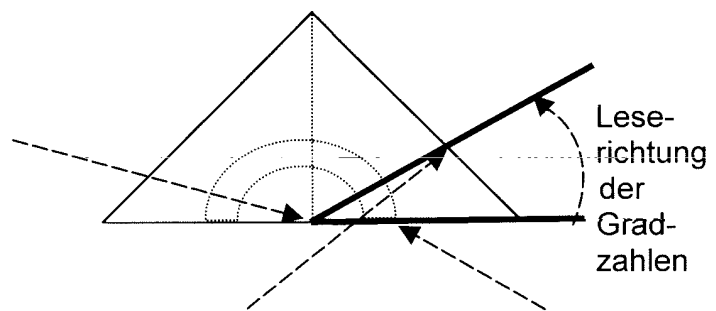
2. Begriffe am Winkel



3. Winkel messen und zeichnen

Winkel messen

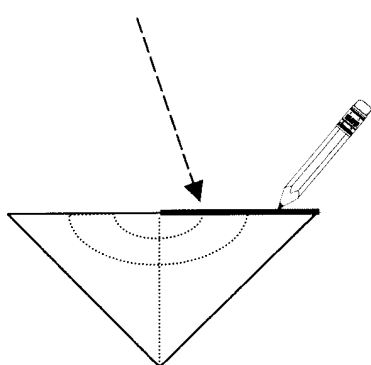
Um die Größe eines Winkels zu messen, muß das Geodreieck so angelegt werden, dass sein Nullpunkt genau auf der Spitze des Winkels liegt.



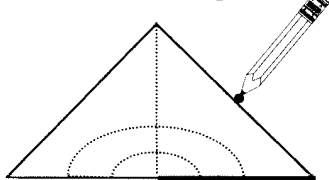
Der Schnittpunkt des freien Schenkels mit dem Geodreieck zeigt die Gradzahl und damit die Größe des Winkels an.

Winkel zeichnen

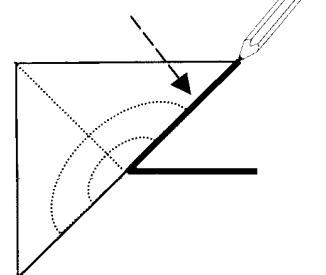
Schenkel zeichnen.



Am Geodreieck Winkel abtragen.






Anderen Schenkel zeichnen.



4. Konstruktion von Dreiecken

Zur Konstruktion von Dreiecken sind mindestens drei Angaben notwendig. Man unterscheidet je nach Angaben vier verschiedene Konstruktionsmöglichkeiten:

- a) SSS (drei Seiten sind bekannt). 
- b) SWS (zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind bekannt). 
- c) WSW (eine Seite und die beiden anliegenden Winkel sind bekannt). 
- d) SSW (zwei Seiten und der, der längeren Seite gegenüberliegende Winkel sind bekannt). 