

Mathe - Zirkel

Problem des Monats November

Zahl oder Kopf

Es handelt sich um ein Logik- und Zahlenrätsel mit Münzen.
Folgende Regeln gelten:

- Es gibt Münzen der Wertigkeit 1, 2 und 5.
- Die Münzen werden mit Zahl nach oben auf weiße Felder und mit Kopf nach oben auf graue Felder gelegt.
- Die vorgegebenen Teilsummen (Pfeile) müssen erfüllt werden.
- Der Pfeil gibt an, in welcher Zeile oder Spalte und in welche Richtung die Teilsumme gebildet werden muss. Dabei muss immer bis zum Rand des Punktefeldes addiert werden.
- Beim Addieren der Teilsumme zählen nur die Zahlwerte der Münzen auf den weißen Feldern, die Kopfwerte auf den grauen Feldern zählen **nicht**.
- Münzen der gleichen Wertigkeit dürfen weder waagrecht noch senkrecht nebeneinander liegen – egal, ob Zahl oder Kopf oben liegt.
- Vorgegebene Münzen helfen bei der Lösung.

Beispiele:

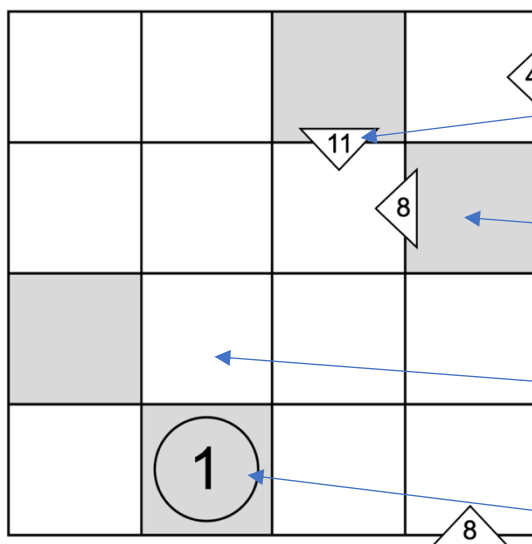
In dieser Zeile muss nach links die Teilsumme 4 gebildet werden.

In dieser Spalte muss vom Pfeil nach unten die Teilsumme 11 gebildet werden.

Auf diesem Feld muss eine Münze mit Kopf nach oben liegen, ihr Wert zählt beim Addieren nicht.

Auf dieses Feld muss eine Münze mit Zahl nach oben gelegt werden, aber nicht 1.

Auf diesem Feld ist eine Münze vorgegeben. Sie liegt mit Kopf nach oben, also zählt ihr Wert 1 beim Addieren nicht.



Lösungsbeispiel

				4
		11		8
	1			8

Start

In diesem 4x4 - Raster sind 4 Teilsummen und eine Münze vorgegeben.

Weiße Felder sind Zahlfelder; graue Felder sind Kopffelder.

				4
		5		8
		1		
	1	5		8

Die Teilsumme 11 ist nur mit den Werten 5 - 5 - 1 möglich. Da zwei Münzen gleichen Wertes nicht nebeneinander liegen dürfen, muss die Münze mit dem Wert 1 in das mittlere Feld.

			1	4
		5		8
		1		
	1	5		8

Die Teilsumme 4 kann auf den drei weißen Feldern der ersten Zeile nur mit den Werten 1 - 1 - 2 gebildet werden. Da zwei Einsen nicht nebeneinander liegen dürfen, muss eine 1 im Feld rechts oben sein.

		2	1	4
		5	2	8
		1	5	
	1	5		8

Aus der Nachbarschaftsregel ergeben sich weitere Zahlen logisch: In den grauen Feldern rechts oben müssen Münzen der Wertigkeit 2 liegen, da sie jeweils ein Feld mit 1 und 5 berühren. Aus dem gleichen Grund muss in der rechten Spalte die 5 eingetragen werden.

2	1	2	1	4
		5	2	8
		1	5	
	1	5	2	8

Die Reihenfolge 2 - 1 für die Felder links oben ergibt sich nun ebenfalls aus der Nachbarschaftsregel.

Die Teilsumme 8 in der rechten Spalte wird erreicht durch das Ergänzen der 2 rechts unten.

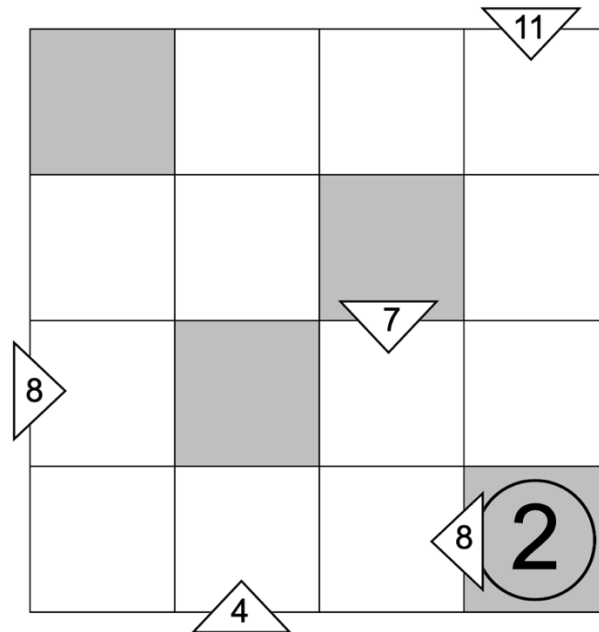
2	1	2	1	4
1	2	5	2	8
2	5	1	5	
5	1	5	2	8

Die Teilsumme 8 in der zweiten Zeile ergibt sich mit 5 - 2 - 1. Da die 5 zu Beginn und in der Zeile links darüber 2 - 1 schon feststehen, ergibt sich 1 - 2.

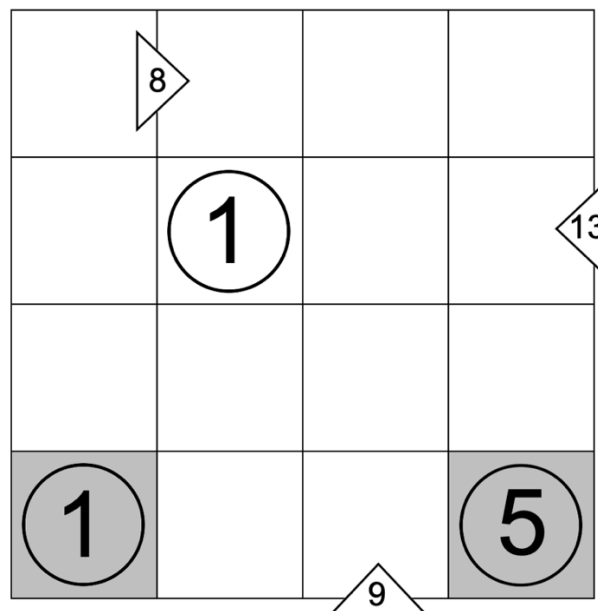
Die übrigen Zahlen unten links ergeben sich logisch aus der Nachbarschaftsregel.

Aufgabe 1: Löse die Rätsel.

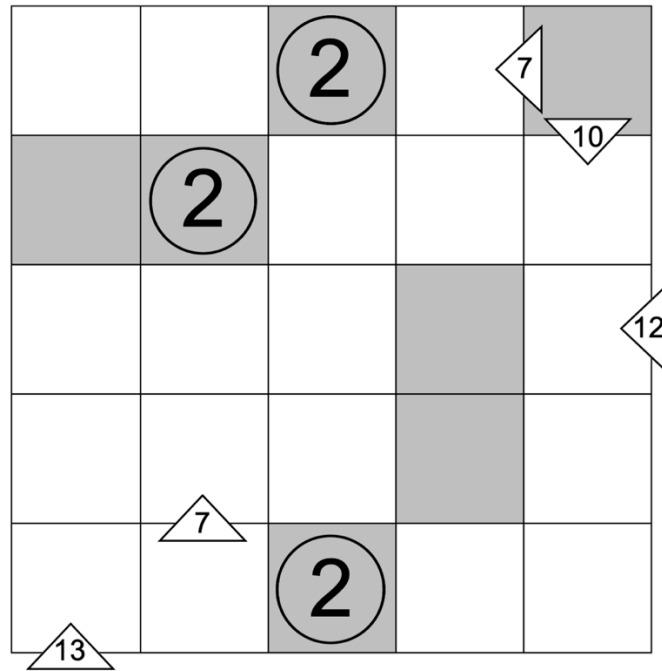
Tausche dich mit einem Partner aus. Wie geht ihr vor?
Gibt es unterschiedliche Vorgehensweisen?



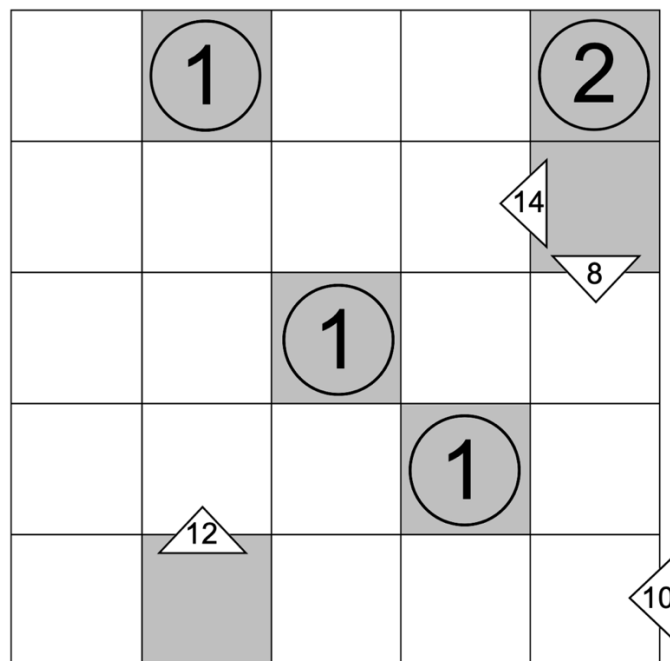
Rätsel 1



Rätsel 2



Rätsel 3



Rätsel 4

Aufgabe 2: Entwickle ein eigenes Rätsel.

Nutze zunächst das Probierblatt, um dein Rätsel zu entwickeln.

Übertrage dann dein eigenes Rätsel nur mit **Pfeilen**, **vorgegebenen Münzen** und **grauen Feldern** auf dieses Blatt.

Gib es dann einem anderen Zirkelkind. Kann er/sie es lösen?

Zusatzaufgabe:

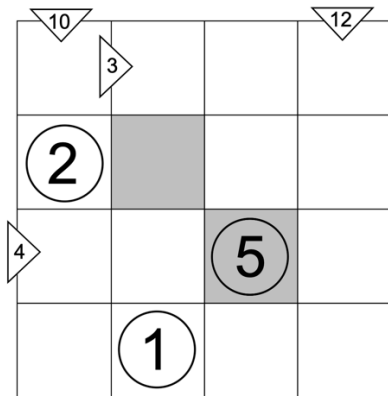
Beschreibe genau, wie du beim Entwickeln vorgegangen bist!

Was hast du dir zuerst überlegt? Was dann...?

Probierblatt

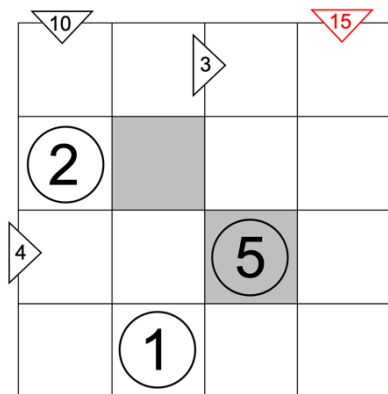


Aufgabe 3: Finde den Fehler!

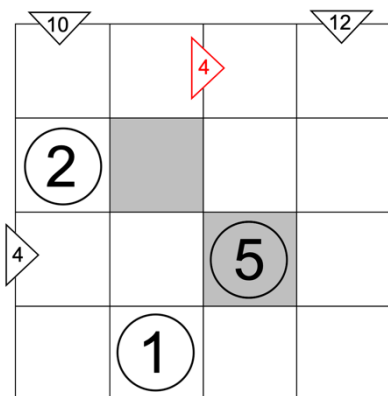


Dieses Rätsel wurde unten jeweils etwas *verändert*.
Warum lässt es sich nun nicht (eindeutig) lösen?
Beschreibe, welcher Fehler oder welches Problem
entsteht!

a)



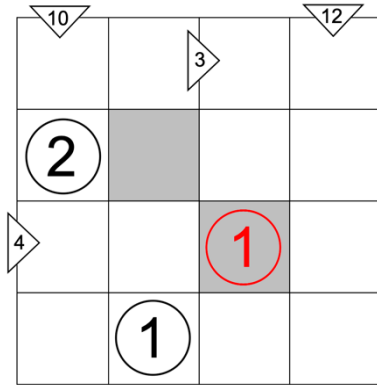
b)



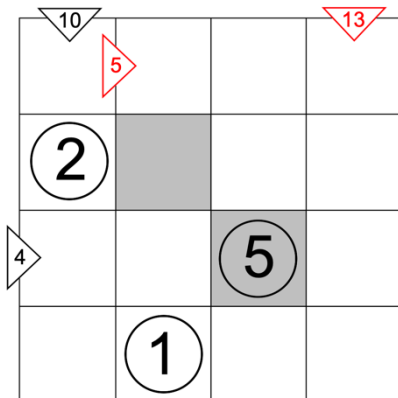
Fortsetzung...

Finde den Fehler!

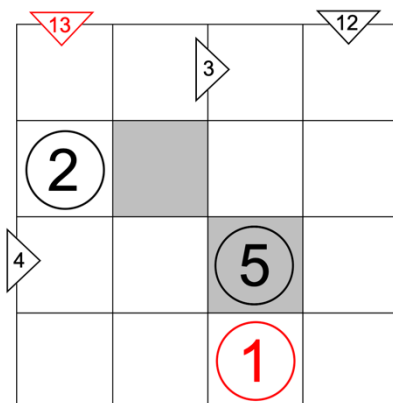
c)



d)



e)



Hinweise

Leitidee:

- Zahl
- Muster und Strukturen

Allgemeine mathematische Anforderungen:

○ Mathematisch argumentieren und kommunizieren

„Die Schülerinnen und Schüler...

...beschreiben und begründen eigene Vorgehensweisen adressatengerecht, unter Verwendung von Fachbegriffen, Symbolen und Zeichen mündlich und schriftlich,

...verstehen Lösungsideen anderer und reflektieren darüber (z.B. Rechenkonferenz),

...reagieren auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen,

...überprüfen mathematische Aussagen auf Korrektheit,

...dokumentieren Ideen und Informationen strukturiert (z.B. mittels Listen, Tabellen, Diagrammen).“¹

○ Mathematisch Probleme lösen

„Die Schülerinnen und Schüler...

...analysieren und verstehen mathematische Probleme,

...präzisieren Problemstellungen mit eigenen Worten und Fachbegriffen,

...bearbeiten selbst formulierte und vorgegebene Probleme eigenständig und halten ihren Lösungsweg fest (z.B. in einem Lerntagebuch),

...verfolgen Lösungsprozesse kritisch, ziehen aus Fehlern und Irrtümern Schlussfolgerungen,

...überprüfen Probleme und Lösungen auf Plausibilität.“¹

Hinweise zur Umsetzung

- Beispielaufgabe an die Tafel zeichnen
- gemeinsames Lesen der Regeln (Seite 1) und Fragen klären
- Sammeln erster Ideen zur Lösung der Beispielaufgabe (Seite 1)
- optional: gemeinsames Nachvollziehen des Lösungsbeispiels (Seite 2)
- selbständige Arbeit am Rätsel 1-4 mit Austausch
- Ergebnisse und Lösungswege sammeln (evtl. schon nach Rätsel 2)
- zusätzliche Aufgaben anbieten (siehe www.raetseldino.de)

¹ Freie und Hansestadt Hamburg. Behörde für Schule und Berufsbildung: Bildungsplan Grundschule Mathematik, Hamburg (2011); S.17.

Material:

- Kopiervorlagen
- ggf. Münzen oder beschriftete Plättchen

Wortspeicher:

das Quadrat	der Wert	die Summe	addieren
die Zeile	die Zahl	die Teilsumme	bilden
die Spalte	der Kopf	die Zerlegung	zerlegen

Lösungen zu Aufgabe 1/2

2	1	2	5
5	2	5	1
1	5	2	5
2	1	5	2

Lösung Rätsel 1

1	2	1	5
5	1	5	2
2	5	2	1
1	2	1	5

Lösung Rätsel 2

5	1	2	1	5
1	2	1	5	2
5	1	5	2	1
1	5	1	5	2
2	1	2	1	5

Lösung Rätsel 3

5	1	5	1	2
2	5	2	5	1
5	2	1	2	5
1	5	2	1	2
2	1	5	2	1

Lösung Rätsel 4

Wichtige Elemente beim Erstellen eines eigenen Rätsels:

- Werte 1, 2 und 5 regelgerecht im 4x4-Feld verteilen.
- Festlegen von Teilsummen
- Festlegen von vorgegebenen Werten
- Festlegen von Kopffeldern
- Probedurchlauf des eigenen Rätsels

Lösungen zu Aufgabe 3

10 ▽	5	1	3 ▷	2	12 ▽
(2)	5	1	5		
4 ▷	1	2	(5)	1	
	2	(1)	2	5	

a)

10 ▽		3 ▷	15 ▽
(2)			
4 ▷		(5)	
	(1)		

mögliche Beschreibungen der Fehlerquellen:

Die Teilsumme 15 kann nicht mit vier Feldern gebildet werden.

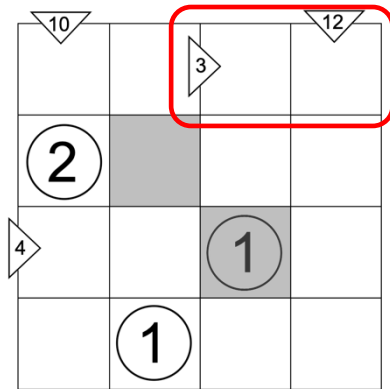
b)

10 ▽		4 ▷	12 ▽
(2)			
4 ▷		(5)	
	(1)		

Die Teilsumme 4 kann nicht auf zwei Feldern gebildet werden, da die einzig mögliche Zerlegung 2 - 2 gegen die Nachbarschaftsregel verstößt.

...weitere Beispiellösungen zu Aufgabe 3

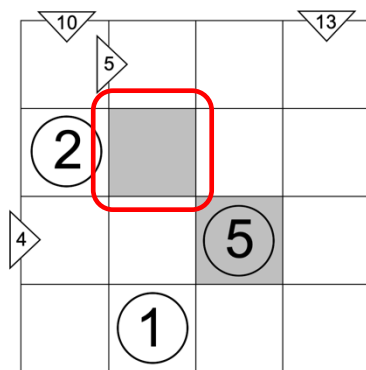
c)



Die Teilsumme 12 müsste von oben nach unten $5 - 1 - 5 - 1$ eingetragen werden, weil in der dritten Spalte die 1 vorgegeben ist. Die Teilsumme 3 kann dann nicht mehr korrekt gebildet werden, weil oben rechts eine 5 steht.

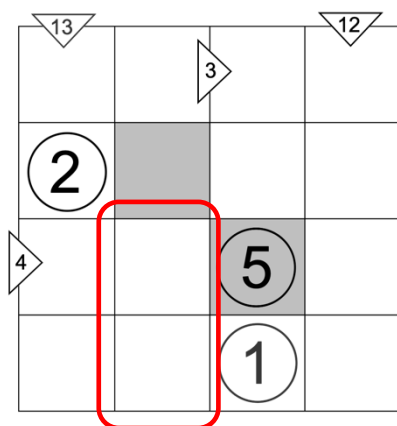
Zudem kann die Teilsumme 4 in Zeile 3 nicht gebildet werden, ohne die Nachbarschaftsregel zu verletzen.

d)



Durch die Veränderung zweier Teilsummen bleibt im Lösungsprozess ein graues Feld frei. Es kann sowohl die 1 als auch die 5 eingetragen werden. Die Lösung ist nicht eindeutig.

e)



Die Teilsumme 13 muss $5 - 2 - 1 - 5$ von oben nach unten eingetragen werden, um auch die Teilsumme 4 zu erfüllen. Dadurch treffen aber zwei 2er unten links aufeinander und die Nachbarschaftsregel ist verletzt.