Schülerzirkel Mathematik

Problem des Monats (Januar 2010)

Über die Summe zum Produkt

Man schreibe eine natürliche Zahl n als Summe $n = a + b$ mit natürlichen Zahlen a und b, und ersetze n durch a mal b. Kann man die Jahreszahl 2010 durch mehrere derartige Operationen aus der Startzahl $n = 17$ erhalten?

Beispiel:

n	Summe	Produkt
5	5=3+2	3·2=6
6	6=2+4	2·4=8
8	…	

Problem des Monats (Februar 2010)

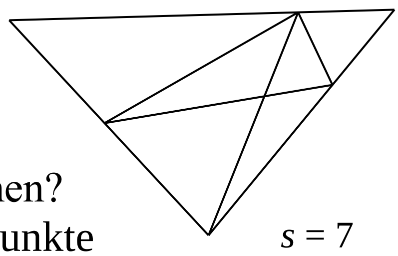
Dreiecksmuster

s Strecken mit paarweise höchstens einem gemeinsamen Punkt bilden ein Muster von d Dreiecken. (Jede Strecke ist Seite von mindestens 1 Dreieck.)

a) Finde ein *systematisches* Vorgehen, mit dem man bei einem beliebigen solchen Muster die Anzahl der Dreiecke sicher bestimmen kann.

b) Welche Werte kann d für $s = 4, 5, 6, \ldots$ annehmen?

c) Erfinde ein strategisches Spiel, bei dem die Eckpunkte solch eines Musters durch Spielsteine besetzt werden.



$s = 7$
$d = ?$

Problem des Monats (März 2010)

Größte minus kleinste Zahl

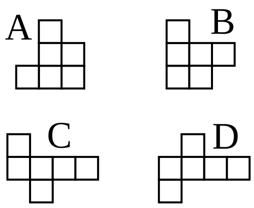
Nimm drei oder vier beliebige Ziffern, die nicht alle gleich sind.
Bilde aus diesen Ziffern die größte und die kleinste Zahl (führende Nullen sind ausnahmsweise zugelassen). Subtrahiere die kleinste von der größten Zahl. Die Ziffern des Ergebnisses ersetzen die Ausgangsziffern.
Wiederhole den Vorgang mehrmals. Welche Auffälligkeit entsteht dabei?

Problem des Monats (April 2010)

Hexominos

Ein Hexomino ist eine Figur, die durch Aneinandersetzen von sechs Quadraten entsteht.

- Wie viele nicht-kongruente Hexominos gibt es?
- Wie viele davon sind Würfelnetze?
- Mit welchen der Hexominos lässt sich die Ebene parkettieren?

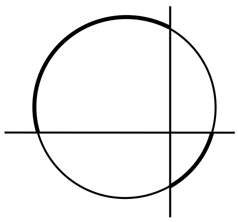


A und B sind kongruent,
C und D sind kongruent,
A und C nicht-kongruent.

Problem des Monats (Mai 2010)

Kreisteilung

Zwei zueinander senkrecht stehende Sekanten eines Kreises teilen den Kreisumfang in vier Teile. Beweise, dass die Längen zweier nicht-benachbarter Teile zusammen immer einen halben Kreisumfang ergeben.



Problem des Monats (Juni 2010)

Pinocchio und die Holzkugeln

Pinocchio hat n gleich aussehende Holzkugeln, von denen alle bis auf eine das gleiche Gewicht haben. Diese Kugel soll er herausfinden. Dazu darf er mit einer Balkenwaage in m Wägungen Kugeln vergleichen. Helft ihm!

1.) Pinocchio weiß, dass die gesuchte Kugel leichter ist.

a) $n = 9$; $m = 2$ b) $n = 12$; $m = 3$

2.) Pinocchio weiß nicht, ob die gesuchte Kugel leichter oder schwerer ist.

a) $n = 9$; $m = 3$ b) $n = 12$; $m = 3$

Problem des Monats (September 2010)

Rationaler Schnitt?

Es seien a, b, c drei ungerade Zahlen. Zeige, dass die Gerade $ax + by + c = 0$ in der x,y-Ebene die Parabel $y = x^2$ niemals in einem Punkt $P = (d, e)$ mit rationalen Koordinaten d, e schneiden kann.

Problem des Monats (Oktober 2010)

Bei einem Spiel geht es darum, seinen Mitspielern einen Farbcode zum Knacken zu geben. Man hat Plastikstifte in acht Farben zur Verfügung, die an vier nebeneinander liegende Plätze gesteckt werden, sodass der Gegenspieler sie nicht sehen kann.

Wie viele Farbcodes gibt es, wenn vier verschiedene Farben verwendet werden müssen?

Ändere die Regel ab und untersuche, wie viele Farbcodes es dann gibt.

Problem des **Monats** (November 2010)

Magisches Quadrat

In ein 3×3 Quadrat seien drei Zahlen a, b, c wie folgt eingetragen:

	b	
a		c

Zum Beispiel: a=1, b=2, c=3

Fülle die restlichen sechs Felder so aus, dass die Summe jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen den gleichen Wert ergibt und wir somit ein magisches Quadrat erhalten.

Problem des **Monats** (Dezember 2010)

Kokosnüsse

N gestrandete Seeleute (*N*=5) sammeln tagsüber Kokosnüsse, um am nächsten Morgen zu teilen. Nachts teilt nacheinander jeder Seemann heimlich den Nuss-Haufen durch *N*, gibt dabei eine übrig bleibende Nuss einem Affen und versteckt seinen vermeintlichen Anteil. Am Morgen geht die Teilung durch *N* auf. Wie viele Nüsse hatten sie (mindestens) gesammelt?
Leichtere Variante: *N*=3; schwerere Variante: *N* beliebig (*N* >1).