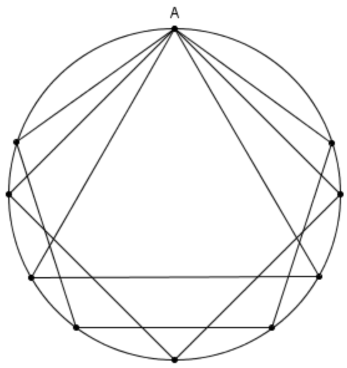
Schülerzirkel Mathematik

Problem des Monats (Januar 2011)

2011-Eck

In einen Kreis werden ein regelmäßiges 3-Eck, 4-Eck, 5-Eck, …, 2011-Eck so einbeschrieben, dass sie den gemeinsamen Eckpunkt A haben. Hat das 2011-Eck mit einem der anderen Viel-Ecke mindestens einen weiteren gemeinsamen Eckpunkt?



Problem des Monats (Februar 2011)

Rechnen mit Rückwerten

- Denke dir eine beliebige dreistellige Zahl mit **unterschiedlichen** Ziffern aus.
- Bilde den Rückwert dieser Zahl, indem du die Ziffern umdrehst.
- Ziehe die kleinere der beiden Zahlen von der größeren Zahl ab. Notiere das Ergebnis als dreistellige Zahl, gegebenenfalls mit führender Null.
- Bilde nun den Rückwert des Ergebnisses.
- Addiere schließlich das Ergebnis der Subtraktion und den zugehörigen Rückwert.

Was fällt dir auf, wenn du die obigen Anweisungen mehrfach durchführst? Kannst du dies begründen?
Was ändert sich, wenn man sich zu Beginn eine vierstellige Zahl ausdenkt? Kannst du auch dies begründen?

Problem des Monats (März 2011)

Merkwürdige Quadratzahlen

Es gilt:

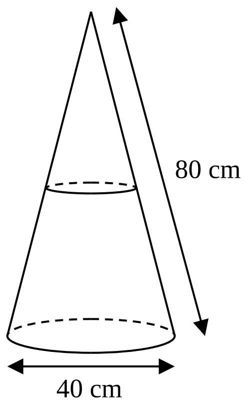
$$1 \cdot 1 = 1$$
$$11 \cdot 11 = 121$$
$$111 \cdot 111 = 12321$$
$$1\,111 \cdot 1\,111 = 1234321$$

- Geht es so weiter? Überprüfe die nächsten beiden Reihen.
- Wie kann man ohne viel Rechenaufwand (mit Hilfe der binomischen Formeln) auch die Quadrate berechnen, für die der Taschenrechner nur Näherungszahlen angibt?
- Was passiert bei 1 111 111 111 · 1 111 111 111?

Problem des Monats (April 2011)

Ameisenrennen

Zwei Ameisen befinden sich auf einem Verkehrshütchen auf halber Höhe und verabreden ein Wettrennen, einmal um das Hütchen herum. Obwohl beide Ameisen gleichschnell sind, kommt eine zuerst ans Ziel. Die Verliererin ist auf der eingezeichneten Kreisbahn um das Hütchen gelaufen, die Gewinnerin auf dem kürzesten Weg. Welcher Weg ist das und um wie viel ist er kürzer?



Problem des Monats (Mai 2011)

Verkauf einer Schafherde

Max und Joe erhalten für eine Schafherde pro Schaf so viele Dollar, wie Schafe in der Herde sind, und zwar soweit möglich in 10-$-Scheinen, den Rest in Silberdollars. Jeder soll die Hälfte erhalten, doch Max bekommt einen 10-$-Schein mehr, Joe dafür alle Münzen. Wie viele Dollar Schulden hat Max bei Joe?

Problem des Monats (Juni/Juli 2011)

Gefärbte Zahlen und Punkte

Man denke sich jede Zahl auf der Zahlengerade mit einer von zwei Farben gefärbt. Warum gibt es dann stets zwei gleichfarbige Zahlen mit ebenfalls gleichfarbigem (arithmetischen) Mittelwert? – Bleibt die Aussage auch für drei Zahlen wahr? – Man denke sich jeden Punkt der Ebene mit einer von zwei Farben gefärbt. Warum gibt es dann stets ein gleichseitiges Dreieck mit gleichfarbigen Eckpunkten?

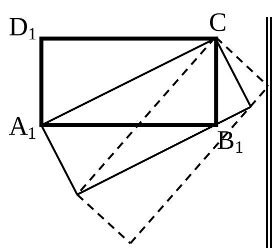
Problem des Monats (August/September 2011)

Hobbys

30 Schüler(innen) werden nach ihren Hobbys befragt: Sport (A), Musik (B) oder Schach (C). Zwei von ihnen nannten nur C; 24 Mal gab es eine Nennung von A oder B, während 16 Mal B oder C vertreten waren; 15 Mal wurde nicht A genannt, darunter gab es 5 Mal eine Nennung von C; zwei Mal wurde A und B, aber nicht C genannt.
Es gab auch welche, die kein Hobby nannten. Zusatzinformation: 3 nannten A und C. Wie viele nannten C? – Wie viele Lösungen auf diese Frage gibt es ohne die Zusatz-information?

Problem des Monats (Oktober 2011)

Rechteckfolge



Aus einem Rechteck $A_1B_1CD_1$ mit $\left|\overline{A_1B_1}\right| > \left|\overline{B_1C}\right|$ werde ein Rechteck $A_2B_2CD_2$ mit $D_2=A_1$ und $B_1 \in \overline{A_2B_2}$ konstruiert, weitere Rechtecke $A_iB_iCD_i$ werden entsprechend konstruiert. – Wie verhalten sich die Flächeninhalte aufeinander folgender Rechtecke zueinander? – Wenn die Rechteckfolge rückwärts fortgesetzt wird, kann dann ein Quadrat vorkommen? – Hat ein Nachfolger bzw. Vorgänger eines Rechtecks mit kommensurablen Längen ebenfalls kommensurable Längen?

Problem des Monats (November 2011)

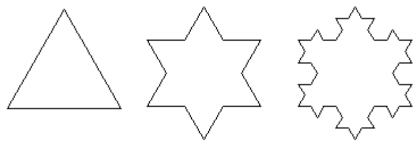
Drei Münzen

Drei Münzen werden zufällig hingelegt, wobei nicht alle Münzen Kopf (K) oder Zahl (Z) zeigen dürfen. Ohne die Münzen zu sehen, sollen möglichst wenige Anweisungen (1., 2. oder 3. Münze umdrehen) gegeben werden, so dass alle Münzen entweder K oder Z zeigen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, es mit der *bestmöglichen Strategie* in zwei oder weniger Zügen zu schaffen?
- Als Erfolg zählt nun nur noch KKK, als Ausgangslage ist auch ZZZ erlaubt. Wie groß ist die Erfolgswahrscheinlichkeit in zwei oder weniger Zügen, in drei oder weniger Zügen, ..., wenn man die *bestmögliche Strategie* benutzt? Wie groß ist dabei die Anzahl der zu erwartenden Züge?

Problem des Monats (Dezember 2011)

Schneeflockenkurve



Ausgehend von einem gleichseitigen Dreieck werden weitere Figuren gebildet, indem immer jede Strecke in drei gleiche Teile geteilt wird, über den Mittelstücken gleichseitige Dreiecke nach außen angesetzt und die Mittelstücke entfernt werden. Wie entwickeln sich schrittweise der Umfang und der Flächeninhalt der Figuren bei immer weiterer Fortsetzung dieser Figuren-Entwicklung?