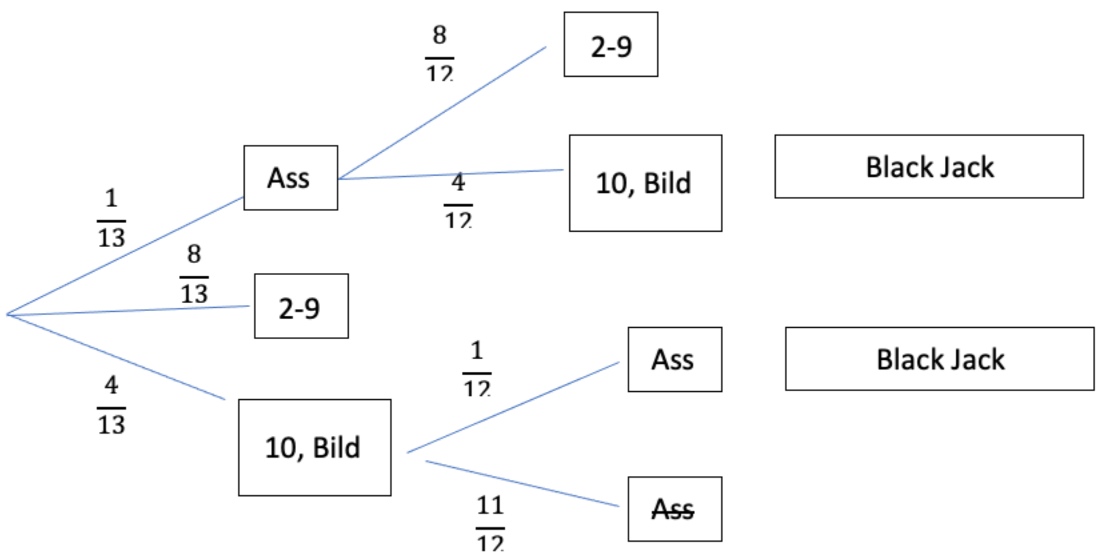
Lösungshinweise

Black Jack ist mathematisch derart komplex, dass ein ganzer Monat nicht ausreicht, um daran vollumfänglich zu arbeiten. Das vorliegende Problem des Monats stellt lediglich einen Einstieg dar, während in den Quellen und Links zahlreiche Vertiefungen und Erweiterungen zu Themen wie Kartenzählen, Splitting und den verschiedenen Black Jack-Varianten zu finden sind. In unseren Lösungshinweisen haben wir uns auf die Angabe von Wahrscheinlichkeiten beschränkt, da es viele verschiedene Bewertungen dieser gibt und somit Raum für Schüler:innen, ausgiebig zu diskutieren. Auch die Tabelle bei 3b) kann je nach Anzahl der Karten bei den Schüler:innen anders ausfallen und entsprechend diskutiert werden.

Aufgabe 2

Als mögliche Unterstützung kann man den Schüler:innen den Hinweis geben, zu den verschiedenen Aufgabenteilen Baumdiagramme zu zeichnen und dabei die Karten entsprechend ihrer Wertigkeit (entsprechend der Tabelle in der Spielanleitung) zu unterscheiden.

a) eine Lösungsmöglichkeit:



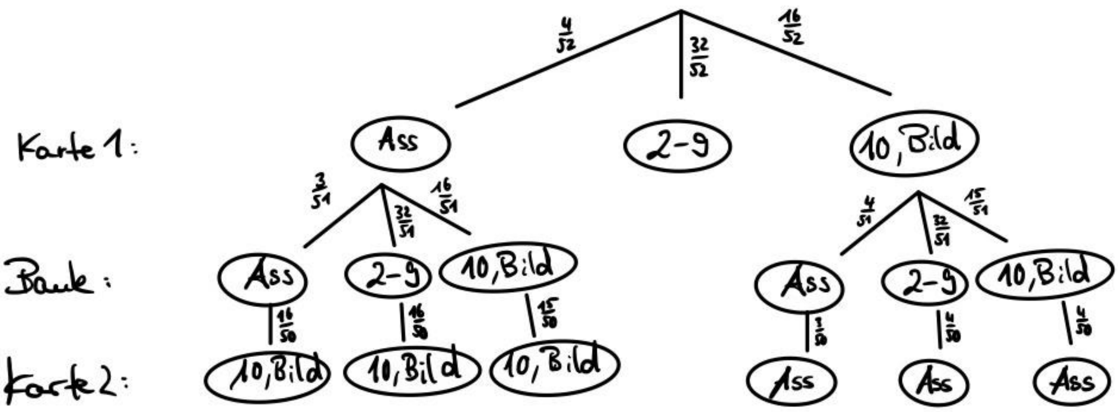
$$P(Black\ Jack) = \frac{1}{13} \cdot \frac{4}{12} + \frac{4}{13} \cdot \frac{1}{12} \approx 0{,}051$$

Anja Kühnemund, Petra Presun · mathezirkel.hamburg@gmail.com
http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe

b) $P(Black\,Jack) = \frac{4}{52} \cdot \frac{16}{51} + \frac{16}{52} \cdot \frac{4}{51} \approx 0{,}0483$

c) **Hinweise zur Bearbeitung von Aufgabe 2c)** Man kann hier auch erstmal wieder auf 13 Karten zurückgehen zur Vereinfachung für jüngere Schüler:innen.

Das Baumdiagramm ist auf die Pfade zu einem Black Jack reduziert:



$$P(Black\,Jack) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{16}{50} + \frac{4}{52} \cdot \frac{32}{51} \cdot \frac{16}{50} + \frac{4}{52} \cdot \frac{16}{51} \cdot \frac{15}{50} + \frac{16}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot \frac{3}{50} + \frac{16}{52} \cdot \frac{32}{51} \cdot \frac{4}{50} + \frac{16}{52} \cdot \frac{15}{51} \cdot \frac{4}{50} \approx 0{,}0483$$

d) $P(Black\,Jack - 2\,Kartendecks) = 2 \cdot \frac{8}{104} \cdot \frac{32}{103} = 0{,}047797$

$$P(Black\,Jack - 3\,Kartendecks) = 2 \cdot \frac{12}{156} \cdot \frac{48}{155} = 0{,}047643$$

$$P(Black\,Jack - 4\,Kartendecks) = 2 \cdot \frac{16}{208} \cdot \frac{64}{207} = 0{,}047566$$

$$P(Black\,Jack - 5\,Kartendecks) = 2 \cdot \frac{20}{260} \cdot \frac{80}{259} = 0{,}04752$$

$$P(Black\,Jack - 6\,Kartendecks) = 2 \cdot \frac{24}{312} \cdot \frac{96}{311} = 0{,}047489$$

Aufgabe 3:

Anmerkung: Die Befehle beziehen sich auf die Verwendung von Microsoft Excel, bei der Nutzung einer anderen Software müssen sie ggf. angepasst werden!

Anja Kühnemund, Petra Presun • mathezirkel.hamburg@gmail.com
http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe

Aufgabenteil a)

Zur Simulation wird jeder Zufallszahl ein Wert und damit eine Karte zugeordnet, allen 2er-Karten die 2, allen 3er-Karten die 3 usw. Dies funktioniert gut für alle Zahlenkarten sowie für die Asse (11). Den Bildkarten (Bube, Dame und König) werden die Zufallszahlen 12, 13 und 14 zugeordnet, welche alle den Wert 10 haben und daher mit den 10er-Karten zusammengefasst werden müssen.

Zur Erzeugung von Zufallszahlen wird der Befehl Zufallsbereich genutzt, die Eingabe lautet [=ZUFALLSBEREICH(2;14)].

Die Zusammenfassung von 10er-Karten und Bildkarten wird mit

=WENN(ODER(B1=10;B1=12;B1=13;B1=14);10;B1)

bzw.

=WENN(ODER(B2=10;B2=12;B2=13;B2=14);10;B2) realisiert.

[Hinweis: B1 und B2 bezieht sich auf die Exceltabelle der Vorlage, ggf. anpassen!]

Die Exceltabelle könnte folgendermaßen aussehen:

F8

	B	C	D	E	F
1					
2	11		1. Karte	11	
3	13		2. Karte	10	21
4	11		1. Karte	11	
5	2		2. Karte	2	13
6					

Die Verteilung der Häufigkeit verschiedener Ergebnisse kann durch den Befehl

=ZÄHLENWENN(F:F;XX)

ausgewertet werden, wobei XX für das gewünschte Ergebnis steht. Die Tabelle kann nun durch das Aufziehen eines Kastens beliebig oft vervielfältigt werden, wichtig ist dabei, den Kasten um alle vier Anfangszeilen zu ziehen.

Anja Kühnemund, Petra Presun · mathezirkel.hamburg@gmail.com
http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1								Verteilung					
2	1. Zahl	4		1. Karte	4			17	18	19	20	21	
3	2. Zahl	5		2. Karte	5	9		0	1	2	0	0	
4	1. Zahl	3		1. Karte	3								
5	2. Zahl	4		2. Karte	4	7							
6	1. Zahl	6		1. Karte	6								
7	2. Zahl	10		2. Karte	10	16							
8	1. Zahl	8		1. Karte	8								
9	2. Zahl	12		2. Karte	10	18							
10	1. Zahl	11		1. Karte	11								
11	2. Zahl	8		2. Karte	8	19							
12	1. Zahl	9		1. Karte	9								
13	2. Zahl	13		2. Karte	10	19							

Aufgabenteil b)

Schnell wird klar, dass nur zwei Asse einen Bust produzieren würden, weshalb für eine realitätsnähere Simulation nun auch der Zug von mehr als zwei Karten betrachtet werden muss. An dieser Stelle wird klar, dass die Auswertung dieser Spiele per Baumdiagramm nahezu unmöglich wird, da mit steigender Anzahl der gezogenen Karten die Kombinationsmöglichkeiten stark steigen und auch Permutationen betrachtet werden müssen. (Eine theoretische Betrachtung der möglichen Wege für z.B. drei Karten ist dennoch möglich!)

Exemplarisch betrachten wir nun den Zug von drei Karten, analog kann aber auch der Zug von vier, fünf, usw. Karten betrachtet werden.

Die Häufigkeit eines Bust kann mit =ZÄHLENWENN(F:F;"> 21") ermittelt werden.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1								Verteilung					
2	1. Zahl	8		1. Karte	8			17	18	19	20	21	Bust
3	2. Zahl	8		2. Karte	8			0	2	1	0	0	6
4	3. Zahl	2		3. Karte	2	18							
5	1. Zahl	4		1. Karte	4								
6	2. Zahl	2		2. Karte	2								
7	3. Zahl	14		3. Karte	10	16							
8	1. Zahl	4		1. Karte	4								
9	2. Zahl	8		2. Karte	8								
10	3. Zahl	12		3. Karte	10	22							
11	1. Zahl	8		1. Karte	8								
12	2. Zahl	11		2. Karte	11								
13	3. Zahl	14		3. Karte	10	29							
14	1. Zahl	2		1. Karte	2								
15	2. Zahl	7		2. Karte	7								
16	3. Zahl	10		3. Karte	10	19							
17	1. Zahl	6		1. Karte	6								
18	2. Zahl	14		2. Karte	10								
19	3. Zahl	7		3. Karte	7	23							
20	1. Zahl	9		1. Karte	9								
21	2. Zahl	14		2. Karte	10								
22	3. Zahl	10		3. Karte	10	29							
23	1. Zahl	7		1. Karte	7								
24	2. Zahl	12		2. Karte	10								
25	3. Zahl	12		3. Karte	10	27							
26	1. Zahl	8		1. Karte	8								
27	2. Zahl	10		2. Karte	10								
28	3. Zahl	8		3. Karte	8	26							
29	1. Zahl	12		1. Karte	10								
30	2. Zahl	3		2. Karte	3								
31	3. Zahl	3		3. Karte	3	16							
32	1. Zahl	2		1. Karte	2								
33	2. Zahl	6		2. Karte	6								
34	3. Zahl	14		3. Karte	10	18							

Anja Kühnemund, Petra Presun • mathezirkel.hamburg@gmail.com
http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe

In dieser Lösungsidee wurde noch nicht beachtet, dass beim „richtigen“ Blackjack-Spiel das Ass zwei Werte haben kann, 11 und 1. Diese Eigenschaft in eine Excel-Tabelle zu programmieren ist deutlich anspruchsvoller als die hier gezeigten Lösungsschritte. Darüber hinaus wäre auch eine Programmierung als Informatik-Projekt denkbar, welche insbesondere die massenhafte Wiederholung des Experiments deutlich vereinfachen würde.

Quellen und weiterführende Links:

- https://epub.jku.at/obvulihs/download/pdf/1863674?originalFilename=true
- https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/amustud/amu_stud_website/blackjack/Bluetenaufgabe/Aufgabenstellung.html
- https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/amustud/amu_stud_website/MatheCasino/verlaufsplan.html
- https://www.youtube.com/watch?v=fAScgN4U3u0&t=242s
- https://www.youtube.com/watch?v=aIQR2Df6euk
- https://www.lern-online.net/mathematik/stochastik/wahrscheinlichkeitsverteilung/kartenzaehlen-blackjack/