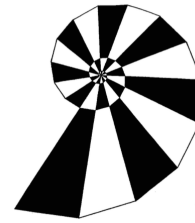
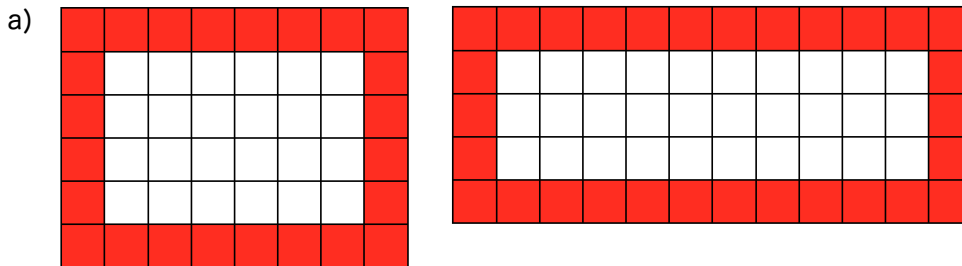


Schülerzirkel Mathematik



Problem des Monats · Mai 2017 · Lösung

Auslegungssache



b)

Sei a die Zahl der Quadratflächen, die nebeneinander und b die Zahl der Quadratflächen, die hintereinander liegen. Dann bilden die weißen Quadratflächen ein Rechteck, bei dem $a - 2$ Quadratflächen nebeneinander und $b - 2$ Quadratflächen hintereinander liegen. Verdoppelt man die Anzahl der weißen Quadratflächen, erhält man die Anzahl aller Quadratflächen des Rechtecks, sodass die folgende Gleichung gilt:

$$\begin{aligned}2 \cdot (a - 2) \cdot (b - 2) &= a \cdot b \\2 \cdot (ab - 2a - 2b + 4) &= ab \\2ab - 4a - 4b + 8 &= ab \\ab - 4a - 4b + 8 &= 0 \\ab - 4a - 4b + 16 &= 8 \\a \cdot (b - 4) - 4 \cdot (b - 4) &= 8 \\(a - 4) \cdot (b - 4) &= 8\end{aligned}$$

Daher existieren nur Lösungen, wenn $(a - 4)$ und $(b - 4)$ Teiler von 8 sind. In Frage kommen die Produkte $1 \cdot 8$ (mit $a = 5$ und $b = 12$) und $2 \cdot 4$ (mit $a = 6$ und $b = 8$).

Anmerkung: a und b ließen sich zwar noch vertauschen, andere als die bei a) dargestellten Rechtecke entstünden aber nicht.