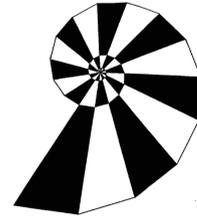


Schülerzirkel Mathematik



Problem des Monats September 2018 Lösung

Anna hat Recht! Man kann die 25 Zahlen so streichen, dass das arithmetische Mittel der verbleibenden 50 Zahlen mit dem arithmetischen Mittel der 100 Zahlen übereinstimmt.

Was ist der Mittelwert (=arithmetisches Mittel)? Bei den Zahlen 1 bis 100 lässt er sich so ermitteln:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} x_i = \frac{1}{100} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100) = 50,5$$

Wenn man den Mittelwert bildet, muss man die Zahlen also erst aufsummieren und das Ergebnis dann durch die Anzahl der Zahlen dividieren. Beim Aufsummieren der einzelnen Zahlen kann man die Strategie von Gauss nutzen, in dem man die 50 zu addierenden Zahlen zu Paaren gruppiert, deren Summe jeweils 101 ergibt. Davon gibt es 50 Paare, also lautet die Summe aller Zahlen $50 \cdot 101 = 5050$.

Beim Streichen der 25 Zahlen nutzt man genau diese Strategie wiederum aus: Jede der schon gestrichenen Zahlen hat eine Zahl, die man ihre Partnerzahl nennen kann (2 und 99, 50 und 51..). Ihre Summe ergibt immer 101.

Streicht man ein Pärchen aus den 100 Zahlen, verändert sich das arithmetische Mittel der verbleibenden Zahlen nicht, da das arithmetische Mittel eines jeden Pärchens auch dieses arithmetische Mittel hat ($101:2 = 50,5$).

Ziel muss es also sein, dass man beim zweiten bewussten Streichen alle Partnerzahlen zu den zuerst zufällig gestrichenen 25 Zahlen findet und diese streicht.

Sind eine Zahl und ihr Partner schon zu Beginn gestrichen, sucht man sich einfach ein neues Pärchen aus und streicht dieses ebenfalls. Es ist also immer möglich!

Weiterführende Ideen für die Zirkelarbeit:

- Gaußsche Summerformel genauer betrachten (geometrisch deuten; beweisen..)
- Andere Summen beschreiben
- Formelschreibweise untersuchen
- Aufgabe variieren (z.B. andere Zahlengruppen)
- statistische Begriffe thematisieren
- ...

Schülerzirkel

Mathematik

Anhang

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100