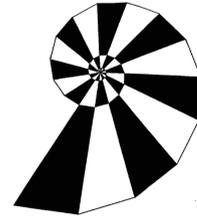


Schülerzirkel Mathematik



Problem des Monats · Januar 2019

Lösungsskizze

Da es sich um arithmetische Summen handelt, bekommt man für die Summe mit $n + 1$ Summanden nach kurzer Rechnung: $s(n + 1) = 1 + (1 + k) + \dots + (1 + nk) = \dots = \frac{(n+1)(kn+2)}{2}$

Jüngere Schüler sollten die Terme erst einmal für $k = 0, k = 1, k = 2 \dots$ Schritt für Schritt herleiten.

Ältere Schüler können das Prinzip der „Vollständigen Induktion“ üben.

Schüler ab Klasse 9 können mit dem Hinweis, dass eine quadratische Funktion in n vorliegt, durch Punktprobe mit drei Summen zu einem 3×3 LGS kommen, das dann zu lösen ist.

Die Behauptungen (1) (2) (3) folgen mehr oder weniger direkt aus den Termen für $s(n)$.

$$k = 1: s(n + 1) = \frac{(n + 1)(n + 2)}{2}$$

$$k = 2: s(n + 1) = (n + 1)^2$$

$$k = 3: s(n + 1) = \frac{(n + 1)(3n + 2)}{2}$$

$$k = 4: s(n + 1) = (n + 1)(2n + 1)$$

