Schülerzirkel Mathematik

Problem des Monats · Januar 2019

Lösungsskizze

Da es sich um arithmetische Summen handelt, bekommt man für die Summe mit $n+1$ Summanden nach kurzer Rechnung: $s(n+1) = 1 + (1+k) + \cdots + (1+nk) = \cdots = \frac{(n+1)(kn+2)}{2}$

Jüngere Schüler sollten die Terme erst einmal für $k=0, k=1, k=2$ ... Schritt für Schritt herleiten.

Ältere Schüler können das Prinzip der „Vollständigen Induktion" üben.

Schüler ab Klasse 9 können mit dem Hinweis, dass eine quadratische Funktion in n vorliegt, durch Punktprobe mit drei Summen zu einem 3x3 LGS kommen, dass dann zu lösen ist.

Die Behauptungen (1) (2) (3) folgen mehr oder weniger direkt aus den Termen für $s(n)$.

$k=1$: $s(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$k=2$: $s(n+1) = (n+1)^2$

$k=3$: $s(n+1) = \frac{(n+1)(3n+2)}{2}$

$k=4$: $s(n+1) = (n+1)(2n+1)$

Petra Presun, Alexander Schöning · mathezirkel.hamburg@gmail.com
http://bildungsserver.hamburg.de/00-schuelerzirkel-mathe