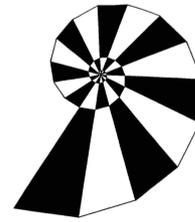


# Schülerzirkel Mathematik



---

## Problem des Monats · August 2019 · Lösung

---

### Mathematische Knobeleyen mit der 7

- (a) Die neue Zahl ist durch Multiplikation der zweiziffrigen Zahl mit 1001 entstanden. Die Zahl 1001 ist aber durch 7 teilbar ( $1001 = 7 \cdot 143$ ), somit ist auch die neue Zahl durch 7 teilbar.
- (b) In diesem Fall wird zur neuen Zahl (aus a) noch 700 addiert. Somit werden zwei Zahlen addiert, die beide durch 7 teilbar sind, also ist auch die Summe durch 7 teilbar.

- (c) Sei  $z = 10a + b$  eine durch 7 teilbare Zahl. Man bildet

$$z_1 = 100a + 10(a + b) + b = 100a + 10a + 10b + b = 110a + 11b = 11(10a + b)$$

Somit ist mit  $z$  auch  $z_1$  durch 7 teilbar. Fügt man die Summe  $a + b$  ein zweites Mal ein, erhält man

$$z_2 = 1000a + 100(a + b) + 10(a + b) + b = 1000a + 100a + 10a + 100b + 10b + b = 1110a + 111b = 111(10a + b)$$

Also ist auch  $z_2$  durch 7 teilbar. Dies kann man nun beliebig fortsetzen (das ist z.B. durch Induktion zu zeigen).

- (d) Durch Probieren mit kleinen  $n$  (z.B.  $n = 1, 2, 3$ ) gelangt man zur Behauptung: Für alle natürlichen Zahlen  $n$  gilt:  $6^{n+1} + 6^n = 6^n \cdot 7$

Beweis: Sei  $n$  eine natürliche Zahl. Dann ist:  $6^{n+1} + 6^n = 6^n (6^1 + 6^0) = 6^n (6 + 1) = 6^n \cdot 7$ .

