Die Aufgabe ermöglicht einen Einstieg oder Ausflug in die Spieltheorie, denn sie erfüllt den folgenden Satz von Ernst Zermelo:
Ein endliches Zwei-Personen-Spiel, bei dem sich die Spieler abwechseln, mit perfekter Information und ohne Zufallseinfluss besitzt ein eindeutig bestimmtes Spielergebnis, und zwar in dem Sinn, dass der eine Spieler mindestens dieses Ergebnis unabhängig von der Spielweise des Kontrahenten erzwingen kann.
Jede Spielstellung in dem Spiel gehört zu einer von genau zwei Kategorien:

1. *Z-Stellung (von „Zwang"): Aus einer Z-Stellung muss immer eine C-Stellung gemacht werden.*
2. *C-Stellung (von „Chance"): Aus einer C-Stellung kann immer eine Z-Stellung gemacht werden.*

Kurz gesagt, dieses Spiel ermöglicht eine eindeutige Gewinn-Strategie zu finden.

a) Nachdem die SuS mehrere Runden gespielt haben, muss geklärt werden, was „optimal spielen" bedeutet. Man sollte die Schüler hier auffordern, zu erklären, wie sich „optimal spielen" aus ihrer Sicht definiert. Die Ansichten können dabei auseinander gehen und Anlass für eine spannende Diskussion zum Finden einer gemeinsamen Definition bieten.
In der Spieltheorie definiert sich eine Strategie als optimal, wenn sie so gewählt ist, dass bei bester Wahl des Gegners das beste Ergebnis für den Spieler selbst erreicht wird. In unserem Spiel heißt das, wenn es eine Möglichkeit zum Gewinnen mit der entsprechenden Startzahl gibt, dann wird Ben diese wählen, auch wenn es andere Möglichkeiten gibt, mit denen er bei derselben Startzahl verlieren könnte. Diese Möglichkeiten werden in der Untersuchung entsprechend gestrichen.

b)+c) Wenn Ali mit der Startzahl 1 beginnt, dann verliert er das Spiel, wenn B mit der 7 die Zahlenkette fortsetzt, denn 7 ist eine Primzahl, die 1 wurde bereits gespielt und alle Vielfachen von 7 sind größer als 10. Daran lässt sich bereits erkennen, dass für das Spiel gilt, wenn Bert in der Lage ist, Ali in die Z-Stellung „die Zahlenkette muss mit einer 1 fortgesetzt werden" zu bringen, und die 7 noch nicht gespielt wurde, Ben stets gewinnt. Dies lässt sich nun für jede Startzahl bis auf die 7 systematisch untersuchen und es ergibt sich die folgende Tabelle.

Ali	Ben	A	B	A	B	A	B	A
1	7							
2	6	3	9	1	7	V		
3	9	1	7					
4	8	2	6	3	9	1	7	V
5	10	2	6	3	9	1	7	V
6	2	4	8	1	7	V		
6	2	8	4	1	7	V		
6	2	10	5	1	7	V		
8	4	2	6	3	9	1	7	V
9	3	6	2	4	8	1	7	V
9	3	6	2	8	4	1	7	V
9	3	6	2	10	5	1	7	V

Im letzten möglichen Fall beginnt Ali mit der 7 und Ben muss mit der 1 die Zahlenkette fortsetzen. Der oberen Tabelle kann man entnehmen, dass alle möglichen Zahlen mit denen Ali

die Zahlenkette nun fortsetzen kann, stets in einem Gewinn für Ben endet. Lässt man in allen in der Tabelle erfassten Spielverläufen die 1 und die 7 weg (denn sie wurden bereits geschrieben), endet jeder Spielverlauf dennoch auf Ben ohne Antwortmöglichkeit für Ali.
Es gibt somit keine Startzahl, mit der Ali gewinnen kann, solange Ben optimal spielt.

Das Spiel lässt sich nun erweitern, in dem der Zahlenbereich über die 10 hinaus erweitert wird. Dabei lässt sich feststellen, dass bei Beibehaltung der oben beschriebenen Regeln für alle Ketten aus natürlichen Zahlen von 1 bis n gilt:
Wenn noch eine Primzahl verfügbar ist, die größer als $\frac{n}{2}$ *ist, dann hat derjenige Spieler verloren, der die Kette durch eine 1 fortsetzt oder fortsetzen muss.*
Denn auf die 1 schreibt der andere Spieler bei optimalem Spiel die noch verfügbare Primzahl, die größer als $\frac{n}{2}$ ist, und da sich kein Vielfaches für die Primzahl im Bereich 1 bis n finden lässt und der Teiler 1 bereits geschrieben wurde, hat der Spieler, der mit der 1 fortgesetzt hat, verloren.

(Quelle: Mathematik-Olympiade 2011, Klassenstufe 7)

Weitere Aufgaben aus dem Themenfeld Spieltheorie findet man im PdM März 2017 sowie im PdM März 2018.