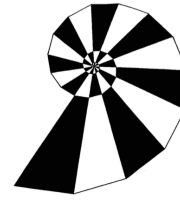


# Schülerzirkel Mathematik



---

## Problem des Monats · Januar 2020 · Lösung

---

### Magische Quadrate

Vorweg der folgende Hinweis: Hilfreich zum Studium der magischen  $4 \times 4$ -Quadrate ist die Webseite

<http://www.mathematische-basteleien.de/magquadrat.htm>

Dort erhält man u.a. die Information, dass es ausgehend von den Zahlen 1-16 insgesamt 880 magische  $4 \times 4$ -Quadrate gibt, wobei Drehungen und Spiegelungen schon ausgenommen sind.

Lösung ad (a)

Möglich wäre die folgende Vorgehensweise:

(1) Ansatz

Man wähle das vorgegebene magische  $4 \times 4$ -Quadrat, bei dem die Summe der Zahlen in jeder Spalte, Zeile und Diagonale jeweils 34 ergibt.

(2) Multiplikation aller Werte mit 58

Damit ist die Summe aller Zahlen pro Spalte, Zeile bzw. Diagonale jeweils 1972. Bis 2020 fehlen dann noch 48. Jeder Wert in der Tabelle muss also noch mit 12 addiert werden.

(3) Addition aller Werte mit 12

Die entsprechenden Veränderungen sind im Folgenden dargestellt:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

928	174	116	754
290	580	638	464
522	348	406	696
232	870	812	58

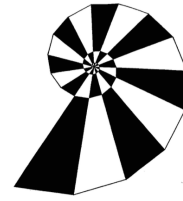
940	186	128	766
302	592	650	476
534	360	418	708
244	882	824	70

Lösung ad (b)

Für die Erstellung eines magischen  $4 \times 4$ -Quadrats mit der Summe 2020 gibt es unendlich viele Möglichkeiten.



# Schülerzirkel Mathematik



Es sind alle Vervielfachungen von 34 möglich, die als Differenz zu 2020 eine durch 4 teilbare Zahl ergeben. Auch wäre im letzten Schritt eine Subtraktion denkbar, z.B.  $34 \cdot 60 - 20 = 2020$ , was weitere Möglichkeiten eröffnet.

Dieser Sachverhalt wird durch die folgende lineare Gleichung beschrieben:

$$34 \cdot 2x + 4y = 2020$$

Da dieses lineare Gleichungssystem unterbestimmt ist, existieren unendlich viele Tupel  $(x|y)$ , die zusammen die Lösungsmenge bilden.

Überdies darf die Differenz zu 2020 auch durch 4 mit einem Rest von 2 teilbar sein, da sich jeweils zwei Felder pro Zeile, Spalte bzw. Diagonale so um 1 erhöhen lassen, dass die Summe 2020 stets gewahrt bleibt, wie das folgende magische  $4 \times 4$ -Quadrat belegt:

948	180	122	770
298	594	652	476
534	358	416	712
240	888	830	62

