Problem des Monats • Dezember 2022

LÖSUNGSHINWEISE

a) z. B. tabellarisch:

Anzahl der Gänsebraten	Anzahl der Tofu-Nussbraten	Anzahl der Gäste, die satt werden
0	20	40
1	18	40
2	16	40
3	14	40
4	12	40
5	10	40
6	8	40
7	6	40
8	4	40
9	2	40
10	0	40

Auch eine geometrische Darstellung als Punkte, die die Gleichung $y = 20 - 2x$ $(x - Anzahl\ der\ Tofu - Nussbraten, y - \ Anzahl\ der\ Gänsebraten)$ für $x \in \mathbb{R}$ erfüllen, ist möglich.

b)

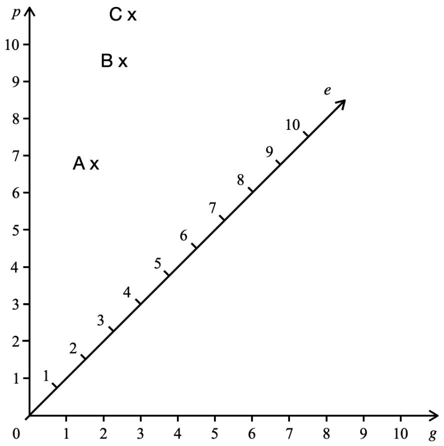
140 = 4g + 2t   mit g = 2t folgt:
140 = 8t + 2t
140 = 10t
Auf dem Fest gibt es 28 gebratene Gänse und 14 Tofu-Nussbraten.

c)
Neben den Überlegungen, welche Bedingungen aus der Gleichung mit drei Unbekannten erwachsen, können jüngere Schüler*innen hier ins Denken kommen, wie man Tripel in 2D darstellen kann und das dreidimensionale Koordinatensystem thematisieren.

p = 4g + 2t , da p und t vorgegeben sein sollen ⇨ $g = \frac{p}{4} - \frac{t}{2}$
⇨ Lösungstripel: ($\frac{p}{4} - \frac{t}{2}$ | t | p) mit folgenden Bedingungen: g und t sind natürliche Zahlen und es gilt, p ist gerade und p ≥ 2.

Mögliche Wertetripel: A (1|1|6), B (1|2|8), C (2|1|10)

Die Punkte lassen sich in einem dreidimensionalen Koordinatensystem darstellen.



d) **Beispiel 1:**

Auf einem Fest gibt es halb so viele Eintöpfe wie Tofu-Nussbraten. Des Weiteren gibt es halb so viele gebratene Gänse wie Eintöpfe. Insgesamt werden 55 Personen satt.

$3e + 4g + 2t = 55$
$2e = t$
$2g = t$

Lösung: $e = 5$, $g = 5$, $t = 10$

Beispiel 2:

Auf einem Fest werden alle drei Speisen angeboten und genau 9 Personen werden satt davon.

$3e + 4g + 2t = 9$

Lösung: $e = g = t = 1$

Das zweite Beispiel kann man auch offener gestalten, indem man nur sagt, dass 9 Leute satt werden sollen. Dann gibt es noch die Lösungen: $e=3$, $g=t=0$, sowie $e=1$, $g=0$, $t=2$. So kann man mit Schüler*innen über Lösungsvielfalten ins Gespräch kommen.

e)
Beispiel 1: Untersuchung der Fragestellung für 144 Personen
Wie viele Gänse, Tofu-Nussbraten und Eintöpfe müssen serviert werden, damit 144 Personen gesättigt werden können?

Die Frage führt auf die Gleichung: $3e + 4g + 2t = 144$
Somit sind drei Unbekannte zu bestimmen. Da dies nicht eindeutig möglich ist, lohnt es sich tabellarisch oder über die Teilbarkeitsregeln an die Lösung der Aufgabe zu gehen.

Als erstes lässt sich feststellen, dass wenn p ungerade ist auch e ungerade sein muss bzw. wenn p gerade ist, dann auch e gerade sein muss, weil $4g+2t$ immer gerade ist.

Des Weiteren erkennt man in der Tabelle als auch über die Teilbarkeitsregeln:
144 ist teilbar durch 3, damit muss auch $4g + 2t$ auch durch 3 teilbar sein.
$144 \equiv 0 \bmod 3 \quad \Rightarrow \quad 4g + 2t \equiv 0 \bmod 3$

g	h	e
1	1	46
1	2	-
1	3	-
1	4	44
1	7	42
…		

g	h	e
2	1	-
2	2	44
…		

Beispiel 2: Untersuchung der Fragestellung für 143 Personen

143 hat bei Division durch 3 den Rest 2, damit muss auch (4g + 2h) bei Division durch 3 den Rest 2 haben.
$143 \equiv 2 \mod 3$ $\Rightarrow 4g + 2h \equiv 2 \mod 3$

Ergänzung:
Geometrisch lassen sich die Lösungsmengen der Gleichungen aus d) auch als Ebenen in Geogebra darstellen. Wenn man für p einen Schieberegler setzt, verschiebt sich die Ebene entsprechend.
Wenn man weitere Bedingungen für das Verhältnis der Essensangebote festlegt, kann man das Lösen von Gleichungssystemen auch geometrisch auf das Schneiden von Objekten führen und dort weitere Lösungsmengen betrachten.