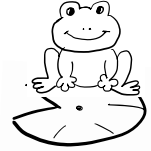


Aufgabe 1: Frösche auf Seerosenblättern

Ein kleiner Frosch, der am Ufer sitzt, möchte seine Froschfreundin besuchen, die auf einem Seerosenblatt sitzt. Um zu ihr zu kommen, muss er über mehrere Seerosenblätter springen. Dabei hat er die Möglichkeit, direkt zum nächsten Blatt zu springen oder ein Blatt zu überspringen. Da er bald bei ihr sein möchte, springt er natürlich nur vorwärts und nicht rückwärts.



- Wie viele Wege gibt es, wenn die Freundin 4 Seerosenblätter entfernt ist?
Tipp: Zeichne die verschiedenen Möglichkeiten zunächst für die Entfernung von 3, dann für 4 Seerosenblätter auf.
- Ergänze die Tabelle im Anhang bis zum 6. Seerosenblatt. Erkennst du ein Muster?
- Berechne, wie viele Wege es gibt, auf das 7. Blatt zu springen. Überlege zuerst, von welchen Blättern aus man das 7. Blatt direkt anspringen kann.

Aufgabe 2: ZECKENDORF-Theorem

Es gibt ein Theorem, das besagt, dass sich jede natürliche Zahl n als Summe von voneinander verschiedenen Fibonacci-Zahlen¹ bilden lässt, wobei die Fibonacci-Zahlen in der Folge nicht direkt aufeinander folgen dürfen (am Beginn der Folge wird nur eine 1 berücksichtigt).

Ein Beispiel ist: $33 = 21 + 8 + 3 + 1$, denn 1, 3, 8 und 21 sind Fibonacci-Zahlen.

- Begründe, warum die Summe $14 = 8 + 5 + 1$ nach den Regeln des Theorems nicht erlaubt ist und finde die korrekte Summe.
- Finde weitere Summen aus Fibonacci-Zahlen für die natürlichen Zahlen 11, 30, 34 und 88 nach den Regeln des Theorems. Wie bist du beim Finden der Summanden vorgegangen?
- Die Summen aus b) nennt man Zeckendorf-Zerlegung der Zahlen. Finde eine systematische Vorgehensweise, mit der jede natürliche Zahl in eine Zeckendorf-Zerlegung überführt werden kann.
- Findest du unterschiedliche Möglichkeiten oder ist die Zerlegung eindeutig?

Übrigens: Manchmal finden Hobby-Mathematiker die spannendsten Zusammenhänge! Das Theorem stammt von einem belgischen Allgemeinmediziner und Zahnarzt namens Edouard Zeckendorf.

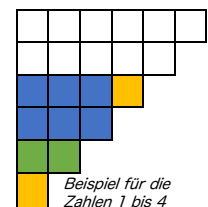
Zum Weiterdenken: Dieses Theorem lässt sich mithilfe der vollständigen Induktion beweisen.

Aufgabe 3: Dreiecke

Die Zeckendorf-Zerlegungen lassen sich graphisch in einem Dreieck darstellen. Jede Zeile im Dreieck steht für die Zerlegung einer natürlichen Zahl. Im Beispiel siehst du die Zerlegungen für die Zahlen 1 bis 4.

Man geht so vor:

- Gib jeder Fibonacci-Zahl eine eigene Farbe. (Beispiel: 1 = orange, 2 = grün, 3 = blau, ...)
- Färbe immer so viele Kästchen, wie die Zahl angibt.
- Beginne jede Zeile mit dem kleinsten Summanden, mache dann mit dem nächstgrößeren weiter.



Färbe nun das Dreieck im Anhang für die Zahlen 1 bis 20 nach den Regeln zeilenweise von unten nach oben

- Beschreibe die Muster, die in deinem eingefärbten Dreieck entstehen.
- Welche Regelmäßigkeiten kannst du entdecken? Was meinst du, wie geht es weiter?

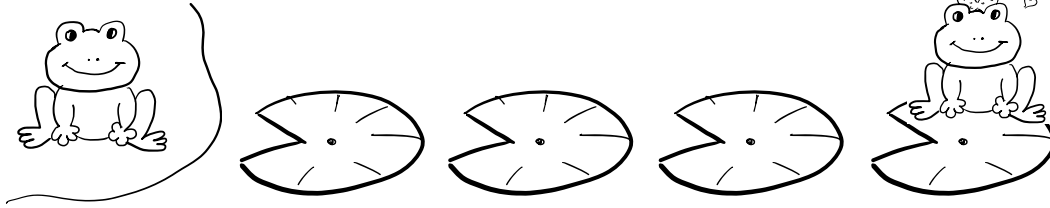
¹ Fibonacci-Zahlen sind die Zahlen in einer unendlichen Folge natürlicher Zahlen, die mit zweimal der Zahl 1 beginnt und bei der jede weitere Zahl die Summe der beiden vorherigen ist.



Mathematikzirkel

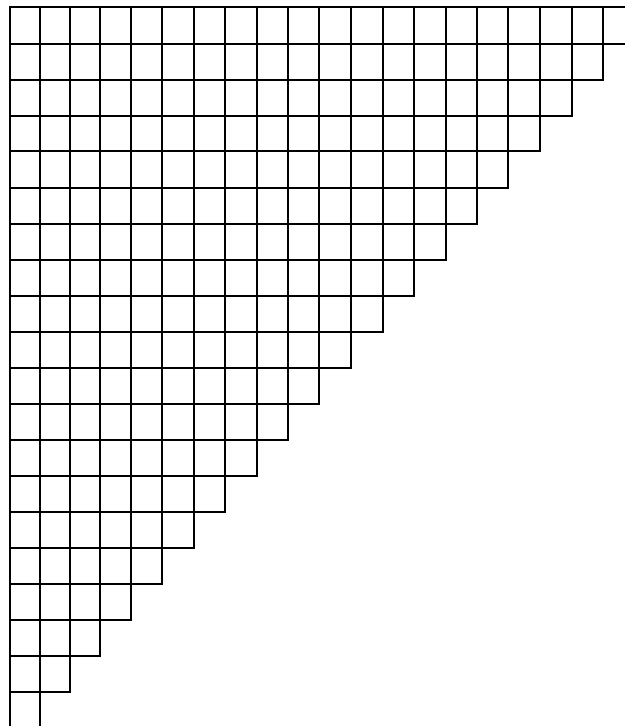
ANHANG

Zu Aufgabe 1:



Anzahl der Seerosenblätter bis zur Froschfreundin	Anzahl der Wege
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Zu Aufgabe 3:



► Hast du Freude daran, zusammen mit anderen an mathematischen Problemen zu arbeiten? Dann melde dich bei einem der angegebenen Mathematikzirkel auf der nächsten Seite! Die Teilnahme ist kostenlos, eine Neuaufnahme jederzeit möglich. Wir freuen uns auf dich! Bei Fragen erreichst du uns per Mail: mathezirkel.hamburg@gmail.com



Anja Kühnemund, Petra Presun, · mathezirkel.hamburg@gmail.com
<https://bildungserver.hamburg.de/schulfaecher/mint/mathematik/schuelerzirkel-mathematik>

Mathematikzirkel

Zirkelstandort	Adresse	Kontaktdaten	Klassenstufen	Termine
Gymnasium Allee	Max-Brauer-Allee 83-85, Altona	040-42888060 demandewitz@gym-allee.de	ab Kl. 5	Mo, 14:00-15:00 Uhr
Gymnasium Altona	Hohenzollernring 57-61, Altona	040-4289700 grit.jerxsen@gym-altona.de	Kl. 5-9	Mo, 10:00-11:00 / 11:00-12:00 Uhr
Max-Brauer-Schule	Bei der Paul-Gerhardt-Kirche 1-3, Altona	040-4289820 petra.presun@mbs.hamburg.de	ab Kl. 5	Do, 14:35-15:20 Uhr
Gymnasium Kaiser-Friedrich-Ufer	Kaiser-Friedrich-Ufer 6, Eimsbüttel	040-428012333 anja.kuehnemund@kaifu.hamburg.de	ab Kl. 6	Do, 13:55-14:40 Uhr
Emilie-Wüstenfeld-Gymnasium	Bundesstraße 78, Eimsbüttel	040-42888050 frau.cke.buhr@ewg-hh.de	ab Kl. 5	Do, 10:00-11:00 Uhr, teilweise Blockseminare
Helene-Lange-Gymnasium	Bogenstraße 32, Harvestehude	040-4289810 mira.wendt@hlg.hamburg.de	ab Kl. 5	Di, 12:00-12.45 Uhr
Stadtteilschule am Hafen	Bernhardt-Nocht-Straße 5, St. Pauli	040-428843411	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Gymnasium Corveystraße	Corveystraße 6, Lokstedt	040-42886790 miriam.schwentker@corvey.hamburg.de	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Gelehrtenschule des Johanneums	Maria-Louisen-Straße 114, Winterhude	040-4288270 mathematikzirkel.johanneum@gsjh.hamburg.de	ab Kl. 5	Mo, 11:35-13:10 Uhr (14tägl.)
Gyula Trebitsch Schule Tonndorf	Barenkrug 16, Tonndorf	040-42893250 marco.lange@gts-tonndorf.de	ab Kl. 5	Blockseminare – Termine bitte erfragen
Ilse-Löwenstein-Schule	Humboldtstraße 89, Barmbek	040-428869110 regina.preker@ilse-loewenstein-schule.de	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Margaretha-Rothe-Gymnasium	Langenfort 5, Barmbek	040-42886860 sf@mrg-online.org	ab Kl. 5	Mo, 13:15-14:00 Uhr
Gymnasium Rahlstedt	Scharbeutzer Straße 36, Rahlstedt	040-42886650 sebastian.massong@gyra.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr, 14:05-14:50 Uhr
Charlotte-Paulsen-Gymnasium	Neumann-Reichardt-Straße 20, Wandsbek	040-42882001 rg@cpg-hh.de	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Stadtteilschule am Heidberg	Tangstedter Landstraße 300, Langenhorn	040-428892101	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Gymnasium Hummelsbüttel	Hummelsbüttler Hauptstraße 107, Hummelsbüttel	040-42893550 carsten.soltau@gymhum.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr, 13:45-15:15 Uhr (14tägl.)
Heinrich-Heine-Gymnasium	Harksheider Str. 70, Poppenbüttel	040-42886810	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Gymnasium Buckhorn	Im Regestall 25, Volksdorf	040-42893370 andreas.glaser@gymbuckhorn.de	ab Kl. 5	5+6: Fr, 14:00-15:00 Uhr 7: Mo, 14:45-15:45 Uhr
Gymnasium Grootmoor	Am Damm 47, Bramfeld	040-42893520 lena.wilms@grootmoor.net	ab Kl. 5	Di, 8:45-9:30 Uhr
Gymnasium Meiendorf	Schierenberg 60, Meiendorf	040-42886380 gerd.bruechert@gym-meiendorf.de	variabel	Blockseminare – Termine bitte erfragen
Stadtteilschule Mümmelmannsberg	Mümmelmannsberg 75, Mümmelmannsberg	040-4289790	ab Kl. 5	Jahrgangsspezifische Termine bitte erfragen
Friedrich-Ebert-Gymnasium	Alter Postweg 30, Harburg	040-42876310 natalia.itina@ebert-net.eu	ab Kl. 5	Blockseminare – Termine bitte erfragen
Gymnasium Süderelbe	Falkenbergsweg 5, Neugraben	040-42893350 he@gysuenet.de	ab Kl. 5	Do, 14:40 – 15:25 Uhr
Lise-Meitner-Gymnasium	Knabeweg 3, Osdorf	040-42888520 heinz.otto@lmghh.de	ab Kl. 5	Mo, 13:35-14:20 Uhr
Gymnasium Dörpsweg	Dörpsweg 10, Eidelstedt	040-42896360 juana.deubach@gd.hamburg.de	ab Kl. 5	Fr, 14.00-14.45 Uhr
Heisenberg-Gymnasium	Triftstraße 43, Heimfeld	040-42888710 nadine.tomek@hgnet.de	Kl. 7-10	Fr, 13:30-14:15 Uhr
Stadtteilschule Blankenese	Frahmstraße 15a/b, Blankenese	040-4288280	ab Kl. 5	Mi, 12:15-13:45 Uhr
Stadtteilschule Rissen	Voßhagen 15, Rissen	040-42893440 elena.sahin@campus-rissen.de	ab Kl. 5	Do, 10:40-11:25 Uhr
Gymnasium Rissen	Voßhagen 15, Rissen	040-42893140 tobias.schmitt@campus-rissen.de	ab Kl. 5	Mi, 09:00-10:30 Uhr
Struensee Gymnasium	Wohllwillstraße 46, St. Pauli	040-42896860	ab Kl. 5	Di, 11.35-12:20 Uhr



Anja Kühnemund, Petra Presun, • mathezirkel.hamburg@gmail.com
<https://bildungsserver.hamburg.de/schulfaecher/mint/mathematik/schuelerzirkel-mathematik>