

Experiment zur Bestimmung der Halbwertszeit von Kalium 40 in Kaliumkarbonat

In Physik-Praktika wurde die Halbwertszeit eines Radionuklids häufig mithilfe von sogenannten Isotopengeneratoren dargestellt, die es gestatten, bestimmte kurzlebige Nuklide so zu isolieren, dass ihre Aktivitäten einzeln detektiert und in Zeitreihen von einigen Minuten Dauer untersucht werden können. Die beiden vor allem verwendeten Vorrichtungen ermöglichen den Lernenden unkomplizierte grafische Auswertungen und eine schnelle Bestimmung der Halbwertszeiten (Cäsium/Barium mit $T_{1/2} = 2,5$ Minuten und Uran/Protaktinium mit $T_{1/2} = 76$ Sekunden). Diese Generatoren werden aufgrund der Verschärfungen der Strahlenschutzverordnung nicht mehr im Lehrmittelhandel angeboten oder dürfen nur noch mit besonderen Umgangsgenehmigungen verwendet werden. Eine virtuelles Experiment dazu stellt die Universität Mainz im Netz bereit. [1]

Diese Lehrexperimente können im Unterricht nicht direkt zum Verständnis der naturwissenschaftlich sehr wichtigen Methoden der radiometrischen Datierung beitragen. Die Halbwertszeiten der dabei u. a. verwendeten Isotope Kohlenstoff-14 (in Biologie und Geschichte) und Kalium-40 (in Geologie und Klimatologie) betragen 5730 Jahre und 1,28 Milliarden Jahre. Ganz offensichtlich ist es unmöglich, diese Halbwertszeiten, ebenso wie auch diejenigen der häufig besprochenen Radionuklide in den natürlichen Zerfallsreihen (z. B.: Radium-226: 1600 Jahre, Uran-238: 4,5 Milliarden Jahre), mit ähnlichen Zeitreihen zu ermitteln. Kein Experimentator mit noch so feinen Messgeräten könnte jemals hinreichend langdauernde Messreihen durchführen.

In Messreihen zur Ermittlung sehr langer Halbwertszeiten von Radionukliden kann nicht die Zeit als unabhängige Variable verwendet werden. Es muss die Aktivität bezogen auf die Masse, also bezogen auf die Anzahl der vorhandenen Atomkerne des Radionuklids bestimmt werden. Man bestimmt die spezifische Aktivität in Becquerel pro Gramm und berechnet daraus die Zerfallskonstante und damit die Halbwertszeit. Dies ist heute mit bereits schulüblichen Großflächenzählrohren und handelsüblichen natürlichen Kaliumsalzen auf einfache Weise im realen Schülerexperiment möglich. In die gedankliche Vor- und Nacharbeit müssen dabei neben dem Zerfallsgesetz die folgenden physikalisch-chemischen Merkmale des Elements Kalium einbezogen werden:

- Die Atommasse des Elements Kalium beträgt 39,0983 u.
- Die molare Masse von Kaliumcarbonat (K_2CO_3) beträgt $138,20 \text{ g mol}^{-1}$
- Das Element Kalium besitzt die drei Isotope ^{39}K , ^{40}K und ^{41}K mit den Nuklidhäufigkeiten 93,26 %, 0,0117 % und 6,73 %.
- Die Isotope ^{39}K und ^{41}K sind stabil.
- Das Radionuklid ^{40}K wandelt sich in 90 % der Kernumwandlungen unter Aussendung eines Elektrons in das Nuklid Kalzium-40 um.
- In 10 % der Umwandlungen fängt der ^{40}K -Kern ein Elektron aus der K-Schale ein und wird zu Argon-40. Dabei entstehen Gamma-Photonen sehr hoher Energie, die bei kleinen Probemengen in Zählrohrexperimenten fast keine Impulse liefern.
- Vernachlässigbar ist die Positronen-Emission bei 0,001 % der Umwandlungen.

Material:

- 20 g Kaliumkarbonat (Pottasche, Backpulver)
- Digitalwaage mit Messbereich 0,1 g oder besser 0,01 g
- Petri-Schälchen aus Kunststoff, Durchmesser 3,5 cm
- Messgerät mit Großflächenzählrohr
(Modell Inspector, Fa. SE International,
bauähnlich zum Nachfolgemodell Ranger)
- Software USB-Observer (SE International)



Durchführung:

Die gewählten Probemengen ergeben sich als Kompromiss zwischen dem Wunsch nach möglichst vielen Zerfallereignissen zur Verbesserung der Zählstatistik und dem Bestreben die Selbstabsorption der Betateilchen im Probematerial selbst möglichst gering zu halten. Bereits eine Schichtdicke des Kaliumsalzes von 5 mm kann von den ausgestrahlten Elektronen nicht mehr durchdrungen werden. [2]

Ideal wäre eine möglichst großflächige, ebene und sehr dünne Kaliumsalzschicht auf einer möglichst großen Detektorfläche. Das Kaliumkarbonat-Pulver wird hier in Portionen zu jeweils 0,10 g, 0,20 g usw. abgewogen und in den Petri-Schälchen in einer möglichst gleichmäßig dicken Schicht ausgebreitet.

Versuchsanordnung:



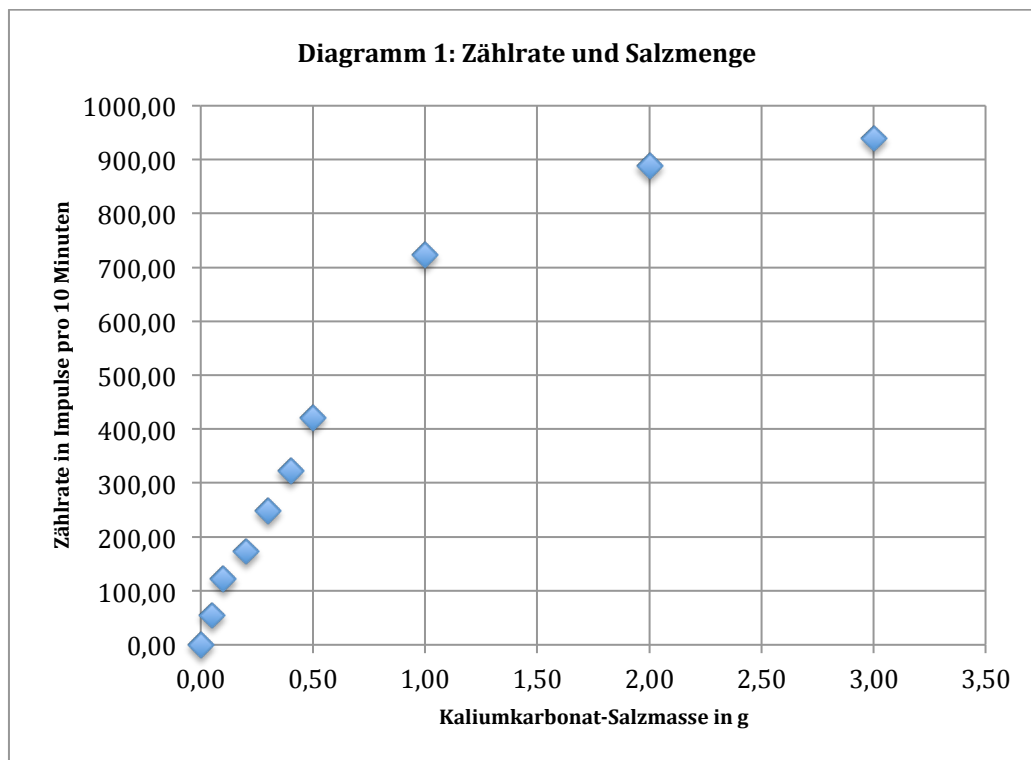
Das Messgerät wird mit dem Zählrohr nach oben weisend abgelegt. Die Petri-Schälchen werden dann zentriert direkt auf das Drahtgitter oberhalb des Zählrohres platziert. Die Aufnahme der Zählimpulse erfolgt mit der Software USB-Observer.



Rohdaten und Auswertung:

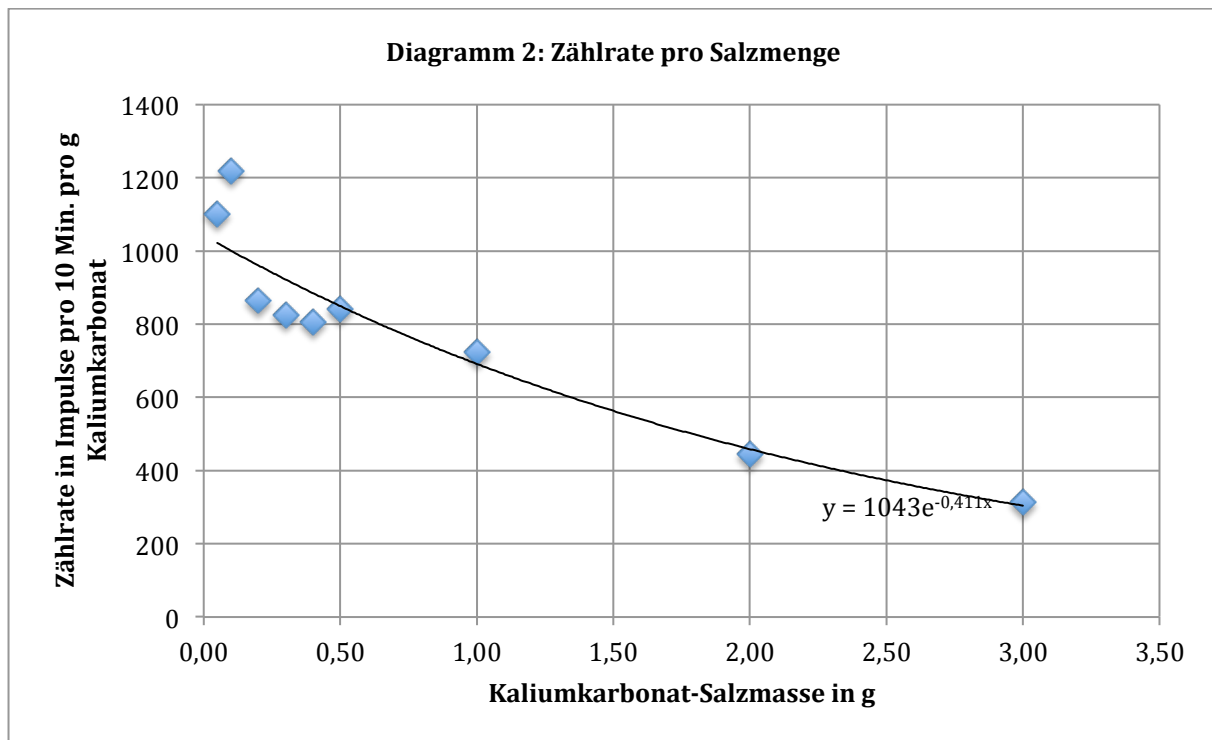
m Salzmenge K ₂ CO ₃ g	Z Zählrate inkl. Nulleffekt Imp./10 Min.	Standard- abweichung der Zählrate $\pm\sqrt{\text{Imp./10 Min.}}$	Z - Z ₀ Zählrate ohne Nulleffekt Imp./10 Min.	Z ₀ /m Zählrate pro Masse $\frac{\text{Imp./10 Min.}}{\text{g K}_2\text{CO}_3}$
0,00	370	19	0	
0,05	425	21	55	1100
0,10	492	22	122	1220
0,20	543	23	173	865
0,30	618	25	248	827
0,40	693	26	323	808
0,50	791	28	421	842
1,00	1093	33	723	723
2,00	1258	35	888	444
3,00	1310	36	940	313

Die Zählrate steigt zunächst annähernd linear mit zunehmender Salzmenge. Oberhalb von 1,00 g schwächt sich der Zuwachs deutlich ab:



Ab etwa 2 bis 3 g kann durch zusätzliches Kaliumsalz keine weitere Erhöhung der Zählrate erreicht werden, weil die aus höher aufgefülltem Salz abgestrahlten Elektronen nicht mehr durch die Salzschrift nach unten durchdringen und nicht ins Zählrohr gelangen können.

Zur weiteren Auswertung wird die Zählrate auf die Kaliumkarbonat-Menge bezogen:



Die massebezogenen Zählraten sinken mit steigender Masse wegen der zunehmenden Selbstabsorption. Der Zusammenhang folgt angenähert einer Exponentialfunktion mit dem y-Achsenabschnitt 1043. Dieser Wert gibt die maximale Zählrate pro g Kaliumkarbonat an, die mit dieser Versuchsanordnung bei immer kleineren Probemengen mit immer geringerer Selbstabsorption theoretisch zu erreichen wäre.

Mit dem Massenanteil des Kaliums an der molekularen Masse des Kaliumkarbonats lässt sich daraus die spezifische Zählrate pro g Kalium pro Sekunde berechnen:

$$\frac{m_K}{m_{K_2CO_3}} = \frac{39,0983 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{138,205 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,283$$

$$\frac{1043 \frac{\text{Imp.}}{10 \text{ min}}}{1 \text{ g } K_2CO_3} = \frac{1,74 \frac{\text{Imp.}}{1 \text{ s}}}{1 \text{ g } K_2CO_3} = \frac{1,74 \frac{\text{Imp.}}{1 \text{ s}}}{0,283 \text{ g K}} = 6,14 \frac{\text{Imp.}}{\text{s} \cdot \text{g K}}$$

Das Zählgerät produziert in dieser Anordnung aus der Strahlung eines Gramms Kalium in jeder Sekunde also etwa 6 Impulse. Diese Zahl muss deutlich kleiner sein als die Gesamtzahl der Beta-Kernumwandlungen, die in jeder Sekunde in dem Kalium stattfinden, weil ein großer Teil der abgestrahlten Elektronen nicht ins Zählrohr gelangen kann und weil möglicherweise nicht jedes ins Zählrohr gelangte Elektron einen Impuls auslöst. Weil das Probematerial als sehr dünne ebene Schicht angesehen werden kann, aus der Elektronen fast ausschließlich nach oben oder nach unten emittiert werden, kann die Impulsausbeute keinesfalls größer als 50 % sein. Auch von den senkrecht nach unten oder schräg nach unten abgestrahlten Elektronen wird nur ein Teil Impulse im Zählrohr auslösen können.

In einem ähnlichen Praktikumsexperiment mit Kaliumchlorid wurde ein Schätzwert von 20 % für die gesamte Impulsausbeute angesetzt. [3] Dies erscheint zunächst realistisch und passt gut zu den Daten, die mit baugleichen pancake-Zählrohren für Oberflächenkontaminationen mit Betastrahlern vergleichbarer Energie erzielt wurden. [4]

Die spezifische (Beta-)Aktivität des Kaliums wird damit zu etwa 30 Bq pro Gramm geschätzt ($6/0,2 = 30$).

Die Anzahl der Kaliumatome in 1 g Kalium errechnet sich aus der Avogadro-Konstante $N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ dividiert durch die atomare Masse des Elements Kalium:

$$N_K = \frac{6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{39,0983 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 1,54 \cdot 10^{22}$$

Nun muss noch der Isotopenanteil des Radionuklids ^{40}K berücksichtigt werden:

$$N_{^{40}\text{K}} = 0,00012 \cdot N_K = 1,85 \cdot 10^{18}$$

Wenn bekannt ist, dass nur 89,3 % der Kernumwandlungen zu Betaemissionen führen, muss dieser Wert noch mit 0,893 multipliziert werden, so dass insgesamt $N = 1,65 \cdot 10^{18}$ umwandlungsfähigen Kerne vorhanden sind, die pro Sekunde insgesamt 30 Elektronen emittieren.

Es wird physikalisch vorausgesetzt, dass diese Kerne in ihren Eigenschaften vollständig identisch sind, und dass insbesondere die Wahrscheinlichkeit, sich innerhalb einer bestimmten Zeitspanne umzuwandeln für jeden Kern gleich und unabhängig von der Anzahl weiterer Kerne um ihn herum ist. Wenn die Zahl N der umwandlungsfähigen Kerne dann im Laufe der Zeit kleiner wird, hat dies keinen Einfluss auf die individuelle Umwandlungs- oder Zerfallswahrscheinlichkeit λ der verbleibenden Kerne. Dann muss die Zahl der pro Zeiteinheit zerfallenden Kerne (die Aktivität A) immer proportional zur vorhandenen Anzahl noch nicht zerfallener Kerne N bleiben. Die Proportionalitätskonstante ist die Zerfallskonstante λ :

$$A = \lambda \cdot N \Leftrightarrow \lambda = \frac{A}{N}$$

Daraus ergibt sich das exponentielle Zerfallsgesetz und der Zusammenhang zwischen Halbwertszeit und Zerfallskonstante:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad , \text{mit} \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Für die zu bestimmende Halbwertszeit ergibt sich daraus:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{N \cdot \ln 2}{A} = \frac{1,65 \cdot 10^{18} \cdot 0,693}{30 \text{ s}^{-1}} = 4,27 \cdot 10^{16} \text{ s}$$

und nach der Umrechnung in Jahre:

$$T_{1/2} = 4,27 \cdot 10^{16} \text{ s} / 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}} / 24 \frac{\text{h}}{\text{d}} / 365 \frac{\text{d}}{\text{a}} = 1354008118 \text{ a} = 1,35 \cdot 10^9 \text{ a} = 1,35 \text{ Milliarden Jahre}$$

Ergebnis und Diskussion:

Der ermittelte Wert stimmt recht gut überein mit der Angabe von $T_{1/2} = 1,25$ Milliarden Jahren in der wissenschaftlichen Literatur und in anderen Veröffentlichungen. [5], [6] Bei Untersuchungen zur Umweltradioaktivität wird das sogenannte Kalium-Äquivalent zur Kalibrierung von Messanordnungen verwendet, welches eine massebezogene Betaemissionsrate von $28,2 \text{ g}^{-1}\text{s}^{-1}$ für reines Kalium angibt. [7] Dies liegt nur geringfügig unter dem hier verwendeten Schätzwert von $30 \text{ g}^{-1}\text{s}^{-1}$. Die Beta-Impulsausbeute dieser Versuchsanordnung kann damit verlässlich bei etwas über 20 % angesetzt werden. Bei einer Wiederholung des Experiments sollte die Stufung der Probemengen in Schritten zu 0,1 g auch oberhalb von 0,5 g und 1,0 g weitergeführt werden. Überprüft werden könnte auch, ob ähnlich gute Ergebnisse auch mit Kaliumchlorid oder anderen Kaliumsalzen erreichbar sind.

Quellen und Literatur:

- [1] Universität Mainz, Virtual-Reality-Experimente, <https://www.vre.uni-mainz.de/cs-ba-isotopengenerator/>
- [2] Wishnewsky, Viktor u.a.: Zur Radiochemie von [^{40}K]Kalium, PdN-Ch. 7/34. Jg. 1985
- [3] Smithson Paul: Radioactive Half-life of Potassium-40, Berea College, 2004, https://www.chem21labs.com/labfiles/berea_gl07_lab.pdf
- [4] Steinmeyer, Paul: G-M Pancake-Detectors: Everything You've Wanted to Know, RSO Magazine, Vol. 10, No. 5, 2005 https://ehs.berkeley.edu/sites/default/files/g-m_pancake_detectors.pdf
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Kalium>
- [6] <https://en.wikipedia.org/wiki/Potassium-40>
- [7] Wiechen A. u. a.: Das Kalium-40-Äquivalent, BMU 2010 https://www.bmu.de/fileadmin/Daten_BMU/Download_PDF/Strahlenschutz/strlsch_messungen_aequival_kalaequ.pdf